

**Полтавський національний
педагогічний університет
імені В.Г. Короленка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математичного аналізу та
інформатики**

**Інтерактивні тестові завдання з
математичного аналізу**

Тест 6

**Ю.Г. Подошвелев
В.Й. Могілевський**

1. Тест 6, теми: визначений інтеграл та його властивості

Дайте відповіді на наступні запитання.

1. (1^{pts}) Обчислити інтеграл $\int_0^{10} x dx$.

$$50$$

$$60$$

$$40$$

2. (1^{pts}) Обчислити інтеграл $\int_0^a (3x^2 - x + 1) dx$.

$$a(a^2 - \frac{a}{4} + 1)$$

$$a(a^2 - \frac{a}{2} + 1)$$

$$a^2 - \frac{a}{2} + 1$$

3. (2^{pts}) Який з інтегралів більше: $\int_1^2 \ln x dx$ чи $\int_1^2 (\ln x)^2 dx$.

$$\int_1^2 \ln x dx$$

$$\int_1^2 (\ln x)^2 dx$$

4. (3^{pts}) Знайти похідну по x від функції $y = \int_1^{2x} \frac{\sin x}{x} dx$.

$$\frac{\sin 2x}{2x}$$

$$\frac{\sin x}{x}$$

$$\frac{\sin 2x}{3x}$$

5. (5^{pts}) Обчислити інтеграл $\int_1^e \frac{1 + \lg x}{x} dx$.

$$1 + \frac{1}{2} \lg 2e$$

$$\frac{1}{2} \lg e$$

$$1 + \frac{1}{2} \lg e$$

6. (5^{pts}) Обчислити інтеграл $\int_0^1 6 \frac{dx}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}}.$

$$12$$

$$14$$

$$16$$

7. (5^{pts}) Обчислити інтеграл за допомогою інтегрування частинами: $\int_0^1 x e^{-x} dx.$

$$2 - \frac{2}{e}$$

$$1 - \frac{2}{e}$$

$$1 - \frac{3}{e}$$

8. (5^{pts}) Обчислити інтеграл за допомогою інтегрування частинами: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx.$

$$\frac{\pi}{2} - 1$$

$$\frac{\pi}{3} - 1$$

$$\frac{\pi}{2} - 2$$

9. (5^{pts}) Обчислити інтеграл $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx.$

$$3 + 2 \ln 2$$

$$5 + 2 \ln 2$$

$$7 + 2 \ln 2$$

10. (5^{pts}) Обчислити інтеграл $\int_0^1 \frac{\sqrt{e^x} dx}{\sqrt{e^x + e^{-x}}}.$

$$\ln \frac{e + \sqrt{1 + e^2}}{1 + \sqrt{2}}$$

$$\ln \frac{\sqrt{1 + e^2}}{1 + \sqrt{2}}$$

$$\ln \frac{e + \sqrt{1 + e^3}}{1 + \sqrt{3}}$$

11. (5^{pts}) Обчислити інтеграл $\int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x^2} dx$.

$$\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{16}$$

$$\frac{\pi}{8}$$

12. (5^{pts}) Обчислити інтеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x + x^3}$.

$$\frac{1}{2} \ln \frac{16}{5}$$

$$\frac{1}{2} \ln \frac{8}{5}$$

$$\frac{1}{4} \ln \frac{8}{5}$$

13. (5^{pts}) Обчислити інтеграл $\int_0^1 (\arcsin x)^4 dx$.

$$\frac{\pi^4}{16} - 3\pi^2 + 24$$

$$\frac{\pi^3}{16} - 3\pi^2 + 24$$

$$\frac{\pi^4}{16} - 3\pi^2 + 8$$

14. (7^{pts}) Обчислити площу фігури, яка обмежена лініями, рівняння яких $y^2 = 2x + 1$ та $x - y - 1 = 0$.

$$\frac{16}{7}$$

$$\frac{16}{3}$$

$$\frac{16}{5}$$

15. (7^{pts}) Обчислити площу фігури, яка обмежена параболою $y = x^2$ та $y = \sqrt{x}$.

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{3}$$

16. (7^{pts}) Обчислити площу фігури, яка укладена поміж лінією

$$y = \frac{1}{1+x^2} \text{ та параболою } y = \frac{x^2}{2}.$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$$

17. (7^{pts}) Знайти площу фігури, обмеженою однією аркою циклоїди $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ та віссю абсцис.

$$3\pi a^2$$

$$3\pi a^3$$

$$4\pi a^2$$

18. (7^{pts}) Обчислити площу фігури, яка обмежена астроїдою $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$.

$$\frac{4\pi a^2}{8}$$

$$\frac{3\pi a^2}{8}$$

$$\frac{3\pi a^4}{8}$$

19. (7^{pts}) Знайти площу фігури, яка обмежена лінією $\rho = a \sin 2\phi$.

$$\frac{\pi a}{4}$$

$$\frac{\pi a^2}{4}$$

$$\frac{\pi a^3}{4}$$

20. (7^{pts}) Знайти площу фігури, яка обмежена лінією $\rho = a \cos 5\phi$.

$$\frac{\pi a^2}{4}$$

$$\frac{\pi a^2}{8}$$

$$\frac{\pi a^2}{16}$$

- 21.** (7^{pts}) Знайти довжину дуги лінії $y = \ln x$ (від $x_1 = \sqrt{3}$ до $x_2 = \sqrt{8}$).

$$1 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}$$

$$1 + \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$$

$$1 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$$

- 22.** (7^{pts}) Знайти довжину лінії $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}$.

$$2$$

$$3$$

$$5$$

- 23.** (7^{pts}) Знайти довжину лінії $x = a \cos^5 t$, $y = a \sin^5 t$

$$10a \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln(2 + \sqrt{3}) \right)$$

$$5a \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln(2 + \sqrt{3}) \right)$$

$$15a \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln(2 + \sqrt{3}) \right)$$

- 24.** (7^{pts}) Фігура, яка обмежена дугами парабол $y = x^2$ та $y^2 = x$, обертається навколо вісі абсцис. Обчислити об'єм тіла, яке при цьому утворюється.

$$\frac{3\pi}{20}$$

$$\frac{3\pi}{10}$$

$$\frac{3\pi}{5}$$

- 25.** (7^{pts}) Знайти об'єм тіла, утвореного обертанням навколо вісі абсцис трапеції, яка лежить над віссю та обмежена лінією $(x - 4)y^2 = x(x - 3)$.

$$\frac{\pi}{2}(16 - 17 \ln 2)$$

$$\frac{\pi}{4}(15 - 16 \ln 2)$$

$$\frac{\pi}{2}(15 - 16 \ln 2)$$

- 26.** (7^{pts}) Одна арка циклоїди $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ обертається навколо своєї основи. Обчислити об'єм тіла, обмеженого отриманою поверхнею.

$$5\pi^2 a^3$$

$$5\pi^3 a^2$$

$$7\pi^2 a^3$$

- 27.** (7^{pts}) Вісі двох рівних циліндрів перетинаються під прямим кутом. Знайти об'єм тіла, яке складає спільну частину циліндрів.

$$\frac{24}{3}R^3$$

$$\frac{16}{3}R^3$$

$$\frac{16}{3}R^2$$

- 28.** (7^{pts}) Знайти площу поверхні, яка утворена обертанням параболу $y^2 = 4ax$ навколо вісі абсцис від вершини до точки з абсцисою $x = 3a$.

$$\frac{24}{3}\pi a^2$$

$$\frac{56}{3}\pi a^3$$

$$\frac{56}{3}\pi a^2$$

- 29.** (7^{pts}) Обчислити площу поверхні, яка утворена обертанням кубічної параболи $3y - x^3 = 0$ навколо вісі абсцис (від $x_1 = 0$ до $x_2 = a$).

$$\frac{\pi}{9}(\sqrt{(1+a^4)^3}-1)$$

$$\frac{\pi}{3}(\sqrt{(1+a^4)^3}-1)$$

$$\frac{\pi}{9}(\sqrt{(1+a^3)^3}-2)$$

- 30.** (7^{pts}) Обчислити площу веретеноподібної поверхні, яка утворена обертанням однієї арки синусоїди $y = \sin x$ навколо вісі абсцис

$$2\pi(\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{3}))$$

$$4\pi(\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2}))$$

$$2\pi(\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2}))$$

Бали:

Відсотки: