

**Полтавський національний
педагогічний університет
імені В.Г. Короленка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математичного аналізу та
інформатики**

**Інтерактивні тестові завдання з
математичного аналізу**

Тест 3

**Ю.Г. Подошвелев
В.Й. Могілевський**

1. Тест 3, теми: похідна та диференціал функції, теореми про середнє для диференційовних функцій

Дайте відповіді на наступні запитання.

1. (6^{pts}) Якщо функція $f(x)$ має похідну в точці x_0 , то вона неперервна в цій точці.

істинно

хибно

2. (6^{pts}) Якщо функція $f(x)$ неперервна в точці x_0 , то вона має похідну в цій точці.

істинно

хибно

3. (9^{pts}) Нехай функція $f(x)$ є строго монотонною в деякому околі точки x_0 , має похідну $f'(x_0)$ і $f'(x_0) = 0$. Чи буде зворотня функція $f^{-1}(y)$ диференційовною в точці $y_0 = f(x_0)$?

так

ні

4. (8^{pts}) Чому дорівнює похідна функції $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

в точці $x_0 = 0$.

1

0

не існує

5. (8^{pts}) Знайти похідну функції $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$ в точці $x_0 = 0$.

0

1

не існує

6. (4^{pts}) Знайти рівняння дотичної до параболи $y = x^2$ в точці $M = (1, 1)$

$$y = 3x + 4$$

$$y = x^2 - 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$y = 2x - 1$$

7. (3^{pts}) Знайти похідну функції $y = x^4 + 3x^2 - 6$.

$$y' = 4x^3 + 6x$$

$$y' = 4x^2 + 6$$

$$y' = x^5 + x^3$$

8. (4^{pts}) Знайти похідну функції $y = (2x - 1)(x^2 - 6x + 3)$ в точці $x = 0$.

$$y'(0) = 10$$

$$y'(0) = 0$$

$$y'(0) = 12$$

$$y'(0) = -1$$

9. (5^{pts}) Знайти похідну функції $y = \ln \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}}$.

$$y' = \cos^2 x \qquad y' = \frac{1}{\cos x} \qquad y' = 2 \tan x$$

10. (6^{pts}) Знайти похідну функції $y = (\sin x)^x$.

$$y' = (\sin x)^x (\ln \sin x + x \cot x) \qquad y' = x(\sin x)^{x-1} \qquad y' = (\sin x)^x \cos x$$

11. (4^{pts}) Знайти диференціал функції $y = \sqrt{1+x^2}$.

$$dy = 2x\sqrt{1+x^2}dx \qquad dy = \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}} \qquad dy = \frac{2xdx}{\sqrt{1+x^2}}$$

12. (4^{pts}) Знайти диференціал функції $y = x^3 + 2x$ при $x = -1$, $\Delta x = 0,02$.

$$dy = 0,2 \qquad dy = 0,05 \qquad dy = 0,1 \qquad dy = 0,15$$

13. (5^{pts}) За яких умов функція $f(x)$ задовольняє умовам теореми Ролля?

| | | |
|---|--|--|
| $f(x)$ неперервна на відрітку $[a; b]$, має похідну на інтервалі $(a; b)$ та $f(a) = f(b)$ | $f(x)$ має похідну на інтервалі $(a; b)$ | $f(x)$ неперервна на $[a; b]$ та $f(a) = f(b)$ |
|---|--|--|

14. (7^{pts}) Чи є твердження теореми Роля вірним для функції $y = |x|$ на відрітку $[-1; 1]$?

так

ні

15. (6^{pts}) Написати формулу Лагранжа для функції $y = \sin 3x$ на відрітку $[x_1, x_2]$.

$$\begin{array}{lll} \sin 3x_2 - \sin 3x_1 = & \sin 3x_2 - \sin 3x_1 = & \sin 3x_2 - \cos 3x_1 = \\ 3(x_2 - x_1) & 3(x_2 - x_1) \cos 3C, & 3(x_2 - x_1) \cos 3C, \\ & \text{де } C \in (x_1; x_2) & \text{де } C \in (x_1; x_2) \end{array}$$

16. (6^{pts}) Написати формулу Лагранжа для функції $y = \arcsin x$ на відрітку $[x_0, x_0 + \Delta x]$.

$$\begin{array}{lll} \arcsin(x_0 + \Delta x) - \arcsin x_0 = & \arcsin x - \arcsin x_0 = & \arcsin(x_0 + \Delta x) - \arcsin x_0 = \\ \frac{\Delta x}{\sqrt{1 - C^2}}, \text{ де } & C(x - x_0), \text{ де } & \sqrt{1 - C^2} \Delta x, \text{ де } \\ C \in (x_0; x_0 + \Delta x) & C \in (x_0; x_0 + \Delta x) & C \in (x_0; x_0 + \Delta x) \end{array}$$

17. (5^{pts}) Чи є вірним наступне твердження "якщо функція $f(x)$ неперервна на відрізку $[a; b]$ і має похідну на $(a; b)$, то $f(a) - f(b) = f'(c)(a - b)$, де $c \in (a; b)$ "?

так

ні

18. (5^{pts}) Як відомо, формула Лагранжа для функції $f(x)$ на відрізку $[a; b]$ має вигляд $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$, де $c \in (a; b)$. Знайти таку точку c для функції $y = \ln x$ на відрізку $[1, e]$.

$$c = \frac{1}{2}(e - 1) \quad c = \frac{3}{2} \quad c = \frac{e}{2} \quad c = e - 1$$

19. (4^{pts}) Чи є вірною теорема Коші для функцій $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$ на відрізку $[0; 1]$?

так

ні

- 20.** (6^{pts}) Написати формулу Коші для функцій $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin x$ на відрізку $[x_1; x_2]$.

$$\frac{\cos x_2 - \cos x_1}{\sin x_2 - \sin x_1} = \frac{\sin x_2 - \sin x_1}{\cos x_2 - \cos x_1} = \frac{\cos x_2 - \cos x_1}{\sin x_2 - \sin x_1} =$$

$-\tan C, \text{ де } C \in (x_1; x_2)$
 $-\tan C, \text{ де } C \in (x_1; x_2)$
 $\cot C, \text{ де } C \in (x_1; x_2)$

- 21.** (6^{pts}) Чи можна застосувати правило Лопіталя для обчислення границі $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}$?

так

ні

- 22.** (7^{pts}) Чи можна застосувати правило Лопіталя для обчислення границі $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{x^3}$?

так

ні

- 23.** (4^{pts}) За допомогою правила Лопіталя знайти границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$

1

0

2

 ∞

24. (4^{pts}) Найти границу $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$.

| | | | |
|---|---|---|----------|
| 2 | 1 | 0 | ∞ |
|---|---|---|----------|

25. (6^{pts}) Найти границу $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arcsin x}{\sin^3 x}$.

| | | | |
|---|----------------|---------------|---|
| 0 | $-\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | 1 |
|---|----------------|---------------|---|

26. (6^{pts}) Найти границу $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{\ln(1 + x)}$.

| | | | |
|---|----------|----|---|
| 1 | ∞ | -1 | 2 |
|---|----------|----|---|

27. (6^{pts}) Найти границу $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^n}$, где $n > 0$.

| | | | |
|----------|---|---|---|
| ∞ | 1 | 2 | 0 |
|----------|---|---|---|

28. (7^{pts}) Найти границу $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n}$, где $n \in \mathbb{N}$.

| | | | |
|----------|---|---|----|
| ∞ | 0 | 1 | -2 |
|----------|---|---|----|

29. (4^{pts}) Знайти границю $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 1}{3x^2 + 1}$.

 $\frac{2}{3}$

1

 ∞

0

30. (4^{pts}) Знайти границю $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin(2x))^{\operatorname{tg}(3x)}$.

 $\frac{2}{3}$

1

 ∞

0

Бали:

Відсотки: