который необходим для успешного продолжения образования и творческой работы на производстве.

На устранение существующих недостатков в школьном естественно-математическом образовании направлена государственная целевая социальная программа повышения качества школьного естественно-математического образования на период до 2015 года. В ней указано, что получение качественного школьного естественно-математического образования является одной из гарантий реализации гражданами их интеллектуального потенциала, решающим фактором утверждения социальной справедливости и политической стабильности [2,с.3]. Программа, в том числе будет способствовать улучшению качества школьного естественно-математического образования, развитию научных исследований в области математики, физики, биологии, что в дальнейшем будет способствовать развитию инновационной экономики на основе интеграции образовательной, научной и производственной деятельности.

Литература

1. Макушев Б.А. Проблемы формирования научного мировоззрения личности// Вестник высшей школы №5, 2010,с.22
2. Концепція Державної соціальної програми півищення якості шкільної природничо-математичної освіти на період до 2015року// Фізика та астрономія у школі., № 11-12,2010р.

ОБЩАЯ СХЕМА ПРИМЕНЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА В ЗАДАЧАХ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Латышев В.Р., Савченко Ю.В. (г. Харьков)

Эта схема применения определенного интеграла основана на формуле Ньютона-Лейбница.

Пусть нам надо вычислить некую величину *U* (например, площадь, работу, путь, время или другие величины).

1. Полагаем, что некоторая часть искомой величины *U* есть неизвестная функция *U(x)*, где *x*- один из параметров величины *U*, который изменяется в известном из условия задачи интервале[*a,b*].
2. Находим дифференциал *dU* функции *U(x)*, т.е. приближенную

величину (главную часть) ее приращение ΔU при изменении *x* на малую величину $\Delta x = dx$ в виде произведения $dU = f(x)dx$, где $f(x)$ данная или определенная из условия задачи функция от *x*. При этом здесь также используются различные допущения, которые сводятся к тому, что при изменении аргумента *x* на малую величину *dx* изменение функции *U(x)* считается пропорциональным dx.

3. Убедившись, что при $dx \to 0$ бесконечно малые ΔU и dU будут

эквивалентны, найдем искомую величину U интегрируя dU в пределах от $x = a$ до $x = b$, т.е. $U = \int_a^b f(x)dx$.

Рассмотрим эту схему на примерах.

1. Вычисление площади криволинейной трапеции.

Рассмотрим переменную площадь $S(x)$ на интервале $[a,x]$, тогда $S = S(b)$. Надо найти $dS(x)$ - главную линейную часть приращения функции.

Рассмотрим приращение Δx и приращение $\Delta S(x) \approx f(x)\Delta x = f(x)dx = dS(x)$, тогда $S = \int_a^b dS(x)$ или $S = \int_a^b f(x)dx$.

2. Вычисление площади криволинейного сектора.

Дифференциал переменной площади $S(\varphi)$ есть площадь кругового сектора с центральным углом $d\varphi = \Delta\varphi$ и радиусом r, т.е. $dS = \frac{1}{2}r^2(\varphi)d\varphi$. Площадь криволинейного сектора при $\alpha \le \varphi \le \beta$ выражается формулой $S = \frac{1}{2}\int_\alpha^\beta r^2(\varphi)d\varphi$.

3. Вычисление объемов тел по известным площадям его параллельных сечений.

Будем рассматривать тело, заключенное между параллельными плоскостями $x = a$ и $x = b$. Пусть нам известна площадь сечения в каждой точке $x \in [a,b]$, т.е. $S(x)$. Рассмотрим переменный объем тела $V(x)$ от ***a*** до ***x***, тогда $V = V(b)$. Находим приращение функции ΔV на участке $(x, x+\Delta x)$, которое можно рассматривать как объем прямого цилиндра с высотой Δx и площадью основания $S(x)$, т.е. $\Delta V \approx S(x)\Delta x = S(x)dx = dV(x)$, а объем всего тела выражается интегралом

$$V = \int_a^b S(x)dx.$$

4. Объем тела вращения.

Если тело образуется при вращении вокруг оси OX криволинейной трапеции, то любое его плоское сечение, перпендикулярное к оси OX, будет круг, радиус которого равен соответствующей ординате кривой $y = f(x)$, тогда площадь сечения $S(x) = \pi f^2(x)$, а объем тела вращения определяется формулой $V_{OX} = \pi\int_a^b f^2(x)dx, \quad (a<b)$.

5. Длина дуги плоской кривой

Если плоская кривая отнесена к прямоугольной системе координат и задана уравнением $y = f(x)$ или $x = \varphi(y)$ или параметрическими уравнениями $x = x(t), y = y(t)$, то дифференциал dl ее дуги выражается формулами: $\Delta l = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \approx dl$

$$dl = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1+(y')^2}dx = \sqrt{1+(x')^2}dy = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}dt,$$

а длина дуги AB определяется формулой

$$l_{AB} = \int_{(A)}^{(B)} dl = \int_{x_A}^{x_B} \sqrt{1+(y')^2}\,dx = \int_{y_A}^{y_B} \sqrt{1+(x')^2}\,dy = \int_{t_A}^{t_B} \sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}\,dt$$,

$$x_A < x_B, \quad y_A < y_B, \quad t_A < t_B$$

где

6. Площадь поверхности вращения.

Если поверхность образуется при вращении дуги плоской кривой вокруг оси OX, то дифференциал площади этой поверхности равен площади боковой поверхности усеченного круглого конуса с образующей dl и радиусами оснований y и $y+dy$:

$$dQ(x) = \frac{2\pi y + 2\pi(y+\Delta y)}{2} dl = \pi(2y+dy)dl \approx 2\pi dl$$

, а площадь поверхности

$$Q_{OX} = \int_{(A)}^{(B)} dQ(x) = 2\pi \int_{(A)}^{(B)} y dl = 2\pi \int_a^b y\sqrt{1+(y')^2}\,dx$$

7. Вычисление силы давления.

Пример. Вычислить силу давления воды на вертикальный прямоугольный шлюз с основанием ***a*** и высотой ***H***

Решение. Исходной формулой является закон Паскаля. Величина P давления жидкости на горизонтальную площадку зависит от глубины ее погружения h, площади площадки S и плотности жидкости ρ, т.е. $P = \rho g S h$.

Руководствуясь общей схемой применения определенного интеграла к вычислению величин, разделим шлюз на глубине x горизонтальной прямой. Тогда давление воды на верхнюю часть шлюза будет функцией $\rho(x)$. Найдем дифференциал dP этой функции, т.е. приближенную величину (главную часть) ее приращения ΔP при изменении глубины x на малую величину $\Delta x = dx$. Допустим, ввиду малости *dx*, что все точки полоски находятся на глубине x, т.е. что она расположена в горизонтальной плоскости. Тогда приближенная величина давления воды на эту полоску будет равна $\Delta P \approx \rho g a x dx = dP$.

Согласно условию задачи глубина x изменяется в пределах $0 \le x \le H$. Поэтому искомое давление *P* на весь шлюз найдем интегрируя *dP* в переделах от 0 до H.

$$P = \int_0^H dP = \int_0^H \rho g a x dx = \rho g a \frac{x^2}{2}\Big|_0^H = \rho g a \frac{H^2}{2} = \frac{1}{2}\rho g a H^2$$

ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ЗМІСТУ ПРИРОДНИЧИХ ДИСЦИПЛІН ПРИ РОЗРОБЦІ НОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ НАВЧАННЯ

Ложкіна Л.В., Борисенко І.Б., Ричкова Л.В. (м. Харків)

Розробка змісту природничих дисциплін як складної системи потребує застосування факторного, системно-структурного та функціонального аналізу. Факторний аналіз виконується на основі об’єктивного фактора, що відображує сукупність об’єктів, які вивчаються у циклі природничих дисциплін. Для їх