

**Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Полтавський національний педагогічний університет
імені В.Г.Короленка**

Факультет технологій та дизайну

**Кафедра виробничо-інформаційних технологій
та безпеки життєдіяльності**

ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА

**Збірник індивідуальних завдань до контрольних робіт
з прикладами розв'язування для студентів
денної та заочної форм навчання
спеціальностей “Технологічна освіта” та “Професійне навчання”**

Полтава – 2011

УДК 621.01(075)-057.875
ББК 30.12р30
К 64

Кондель В. М. Технічна механіка : збірник індивідуальних завдань до контрольних робіт з прикладами розв'язування для студентів денної та заочної форм навчання спеціальностей “Технологічна освіта” та “Професійне навчання” / В. М. Кондель, А. М. Хлопов. – Полтава: ПНПУ, 2011. – 28 с.

Збірник містить сім завдань з 30 варіантами та відповідними прикладами їх розв'язування і призначений для виконання залікових контрольних та розрахунково-графічних робіт з курсу «Технічна механіка» студентами денної та заочної форм навчання спеціальностей “Технологічна освіта” та “Професійне навчання”.

Рецензенти:

Семко О.В. – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри архітектури та міського будівництва Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка;

Руденко О.П. – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри загальної фізики Полтавського національного педагогічного університету імені В.Г.Короленка

Відповідальний за випуск: Титаренко В.П., декан факультету технологій та дизайну, професор, доктор педагогічних наук

Редактор: доцент Григор'єва О.О.

Збірник рекомендований до друку Вченою радою Полтавського національного педагогічного університету імені В.Г.Короленка (протокол № від 2011 р.)

ЗМІСТ

Загальні відомості про завдання	4
Завдання № 1. Розтяг і стиск	5
Приклад виконання завдання № 1. Розтяг і стиск	6
Завдання № 2. Згинання (двоопорна балка).	8
Приклад виконання завдання № 2. Згинання (двоопорна балка).	9
Завдання № 3. Згинання (консольна балка).	12
Приклад виконання завдання № 3. Згинання (консольна балка).	13
Завдання № 4. Кручення.	15
Приклад виконання завдання № 4. Кручення.	16
Завдання № 5. Згинання з крученням.	17
Приклад виконання завдання № 5. Згинання з крученням.	18
Завдання № 6. Структурний аналіз механізмів.	19
Приклад виконання завдання № 6. Структурний аналіз механізмів.	20
Завдання № 7. Кінематичний аналіз механізмів.	23
Приклад виконання завдання № 7. Кінематичний аналіз механізмів.	24
Література.	28

Загальні відомості про завдання

Розділи «Опір матеріалів» та «Теорія механізмів та машин» є складовими частинами дисципліни «Технічна механіка», яка є теоретичною базою фахової підготовки вчителя освітньої галузі «Технології», зокрема, для спеціальностей «Технологічна освіта» та «Професійне навчання».

Основними завданнями вивчення курсу є:

- набуття майбутнім вчителем знань, умінь та навичок, необхідних для засвоєння спеціальних технічних дисциплін, що дають йому можливість на достатньому методичному рівні проводити заняття з освітньої галузі «Технології» та керувати роботою технічних гуртків;
- розширення знань з опору матеріалів та теорії механізмів та машин дає можливість збагачувати заняття політехнічним змістом, що значно підвищує зацікавленість учнів до предмету;
- розвиток творчого мислення майбутніх фахівців технологічної освіти та професійного навчання.

Результатами вивчення курсу є розуміння студентами таких понять:

- напружений стан деталей машин та елементів споруд;
- міцність та жорсткість елементів конструкцій та деталей машин;
- епюри згинальних моментів та поперечних сил;
- структурний та кінематичний аналіз важільних механізмів.

Після опанування курсу студент повинен уміти:

- виконувати розрахунки на міцність та жорсткість елементів конструкцій та деталей машин;
- будувати епюри поперечних сил та згинальних моментів;
- перевіряти умови міцності та жорсткості підібраних перерізів елементів;
- проводити структурний аналіз важільних механізмів;
- визначати кінематичні характеристики точок та ланок механізму за планами швидкостей та прискорень.

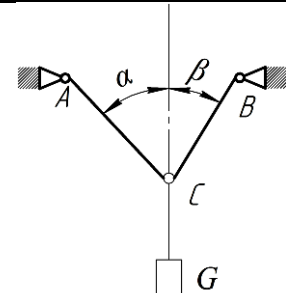
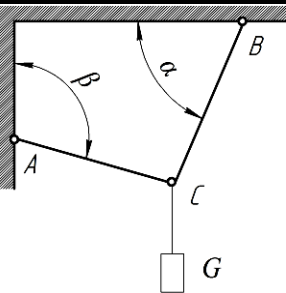
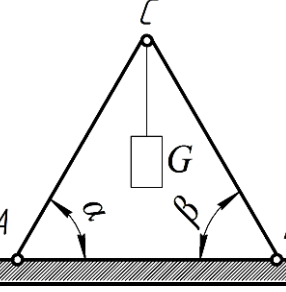
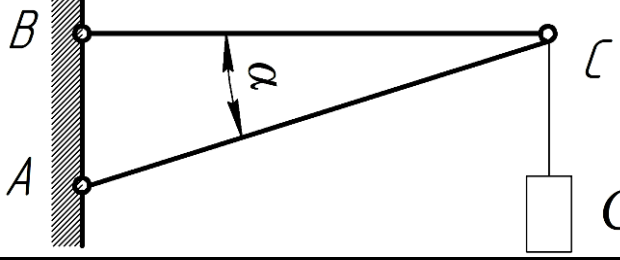
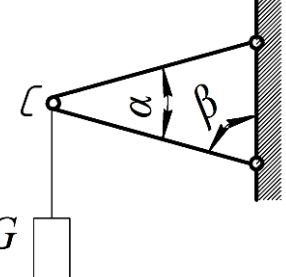
Специфікою вивчення предмету на заочному відділенні є виконання залікових домашніх контрольних робіт та захист їх на занятті в аудиторії. Для цього навчальним планом передбачена значна кількість годин самостійної та індивідуальної роботи.

Запропонований збірник містить сім завдань залікових контрольних та розрахунково-графічних робіт з 30 варіантами та відповідними прикладами їх розв'язування та оформлення, а також перелік рекомендованої основної та додаткової літератури.

Збірник охоплює весь матеріал п'ятого семестру вивчення курсу денної та заочної форм навчання та відповідає програмі для технічних спеціальностей педагогічних університетів.

Завдання № 1. Розтяг і стиск

Визначити напруження в тросі (стержні) AC , якщо площа його поперечного перерізу дорівнює A_{AC} . Визначити з умови міцності діаметр троса (стержня) BC , якщо допустиме напруження становить $[\sigma]$, вага вантажу – G , а кути – α і β .

Схема	№ варіанта	Кути, град		$A_{AC}, \text{см}^2$	$G, \text{кН}$	$[\sigma], \text{МПа}$
		α	β			
	1	45	60	10	50	180
	6	60	30	7	40	160
	11	30	45	5	30	140
	16	45	30	6	25	120
	21	60	60	3	10	100
	26	45	45	4	20	150
	2	60	90	5	40	180
	7	45	120	10	60	160
	12	30	135	4	30	140
	17	45	150	8	50	120
	22	30	90	6	20	100
	27	60	120	7	70	150
	3	45	60	20	10	12
	8	30	45	50	20	10
	13	60	30	25	5	8
	18	45	45	100	30	6
	23	30	60	60	40	14
	28	60	45	80	60	9
	4	30	–	10	15	160
	9	45	–	15	30	140
	14	60	–	20	40	120
	19	30	–	8	20	100
	24	45	–	25	50	80
	29	60	–	30	70	180
	5	30	90	10	40	180
	10	45	60	15	30	160
	15	60	60	20	50	140
	20	45	45	5	10	120
	25	30	75	10	20	100
	30	60	45	25	70	80

Приклад виконання завдання № 1. Розтяг і стиск

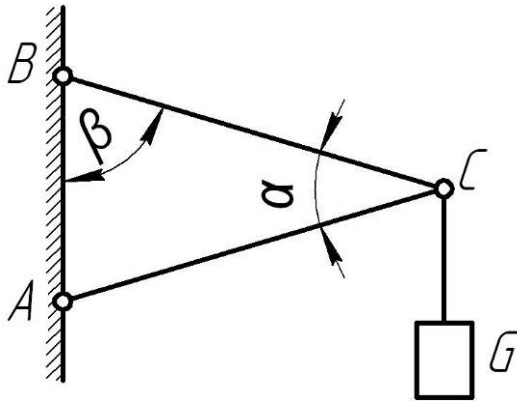


Рис. 1.1

Визначити напруження в стержні AC, якщо площа його поперечного перерізу дорівнює 25 см^2 . Визначити з умови міцності діаметр троса BC, якщо допустиме напруження становить 170 МПа , вага вантажу – 60 кН , а кути α і β – відповідно 45° і 75° (рис. 1.1).

Рішення

Стержень AC працює на стиск, а трос BC – на розтяг. Визначимо зусилля в стержні N_{AC} та в тросі N_{BC} одним з трьох способів.

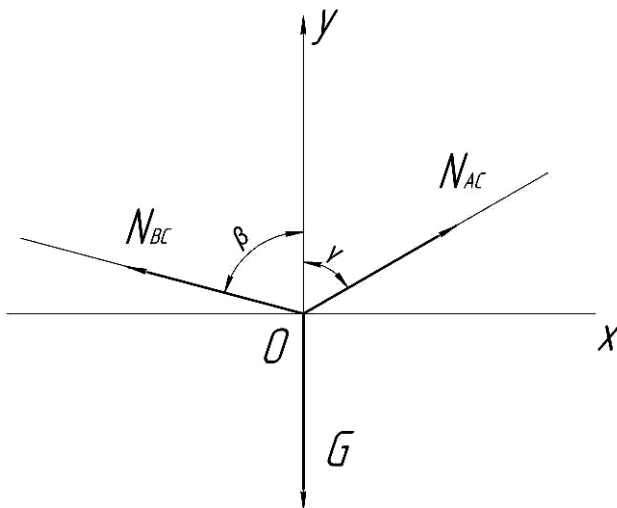


Рис. 1.2

1. Аналітичний метод. Збіжну плоску систему сил розташовуємо в координатній системі XOY (рис. 1.2). Умовою рівноваги цієї системи сил є вирішення системи рівнянь:

$$\begin{cases} \sum X_i = 0; & (1) \\ \sum Y_i = 0, & (2) \end{cases}$$

де $\sum X_i$ і $\sum Y_i$ – суми проєкцій всіх сил відповідно на осі X і Y:

$$\sum X_i = N_{AC} \cdot \sin \gamma - N_{BC} \cdot \sin \beta = 0; \quad (1)$$

$$\sum Y_i = N_{AC} \cdot \cos \gamma - N_{BC} \cdot \cos \beta - G = 0. \quad (2)$$

З першого рівняння $N_{BC} = N_{AC} \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$, а з другого –

$$N_{AC} = \frac{G}{\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} + \cos \gamma}, \text{ де } \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta); \gamma = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ.$$

$$N_{AC} = \frac{60}{\frac{\sin 60^\circ}{\sin 75^\circ} + \cos 60^\circ} = 81,96 \text{ кН}; \quad N_{BC} = 81,96 \frac{\sin 60^\circ}{\sin 75^\circ} = 73,48 \text{ кН}.$$

2. Графоаналітичний метод. Ескізно будуємо силовий трикутник, сторонами якого є вектори, що відповідають вазі вантажу G та зусиллям N_{AC} і N_{BC} (рис. 1.3).

За теоремою синусів $\frac{G}{\sin \alpha} = \frac{N_{AC}}{\sin \beta} = \frac{N_{BC}}{\sin \gamma}$, звідки $N_{AC} = G \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$;

$$N_{BC} = G \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}; N_{AC} = 60 \frac{\sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = 81,96 \text{ кН}; N_{BC} = 60 \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = 73,48 \text{ кН}.$$

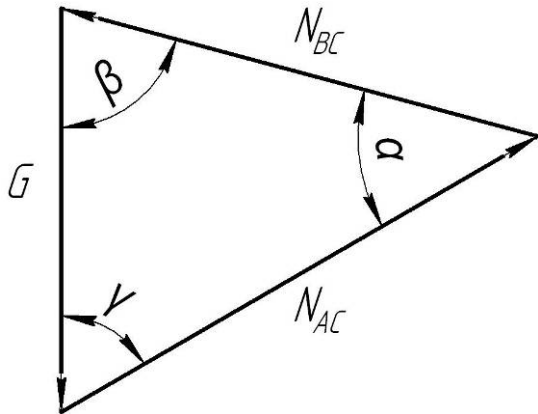


Рис. 1.3

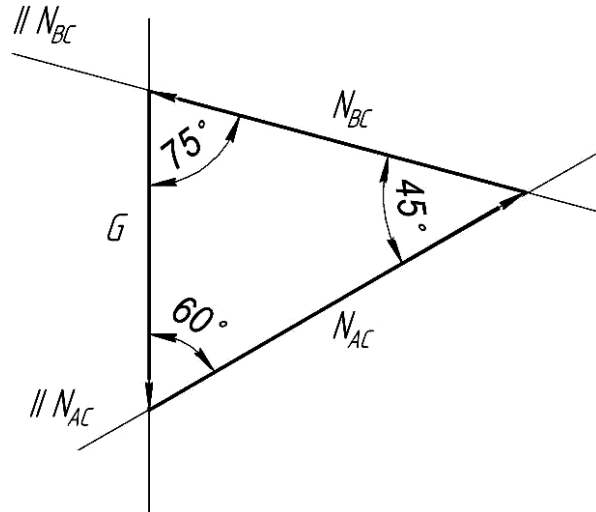


Рис. 1.4

3. Графічний метод. Будуємо в масштабі (наприклад, в 1 см – 10 кН) силувий трикутник (рис. 1.4): спочатку вектор, що відповідає відомій вазі вантажу G , а потім через початок і кінець цього вектора проводимо прямі, паралельні відповідно лініям дії зусиль N_{AC} і N_{BC} . Вимірявши довжини отриманих векторів, за масштабом визначаємо невідомі зусилля: $N_{AC} = 82$ кН, $N_{BC} = 73$ кН.

Напруження в стержні AC визначаємо за відомою формулою:

$$\sigma = \frac{N_{AC}}{A_{AC}}; \sigma = \frac{81,96 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-4}} = 32,8 \text{ МПа}.$$

За умовою міцності $\sigma = \frac{N_{BC}}{A_{BC}} \leq [\sigma]$, де $A_{BC} = \frac{\pi d_{BC}^2}{4}$, визначаємо діаметр

$$\text{троса } BC \quad d_{BC} = 2 \sqrt{\frac{N_{BC}}{\pi [\sigma]}}; d_{BC} = 2 \sqrt{\frac{73,48 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 170}} = 0,0235 \text{ м}.$$

Приймаємо трос $d_{BC} = 24$ мм. Перевіримо умову міцності

$$\sigma = \frac{N_{BC}}{A_{BC}} = \frac{4 N_{BC}}{\pi d_{BC}^2} = \frac{4 \cdot 73,48 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,024^2} = 162,4 \text{ МПа} < [\sigma] = 170 \text{ МПа}.$$

Оскільки умова міцності виконується, остаточно приймаємо трос діаметром 24 мм.

Завдання № 2. Згинання (двоопорна балка)

На дерев'яну балку діють рівномірно розподільне навантаження q та зосереджена сила F . Побудувати епюри Q і M , підібрати круглий та прямокутний ($h = 2b$) перерізи балки та вибрати оптимальний з них, якщо допустиме напруження $[\sigma]$.

Схема	№ варіанта	Розміри, м			q , кН/м	F , кН	$[\sigma]$, МПа
		a	b	c			
	1	2	3	2	10	20	6
	6	3	2	2	20	10	7
	11	3	3	3	20	20	8
	16	2	2	3	10	10	9
	21	4	2	4	20	40	10
	26	2	4	2	10	30	11
	2	2	3	4	10	20	6
	7	2	2	2	20	10	7
	12	3	2	2	20	20	8
	17	2	4	2	10	10	9
	22	3	3	2	20	30	10
	27	3	4	3	10	30	11
	3	4	2	-	10	20	6
	8	6	3	-	10	30	7
	13	2	3	-	20	20	8
	18	3	3	-	30	20	9
	23	3	4	-	20	10	10
	28	3	2	-	20	30	11
	4	2	4	2	10	20	6
	9	2	5	3	10	30	7
	14	2	4	1	20	10	8
	19	1	3	2	20	20	9
	24	1	4	3	20	30	10
	29	1	6	1	10	40	11
	5	2	2	-	20	10	6
	10	4	2	-	10	10	7
	15	5	3	-	10	30	8
	20	2	4	-	20	20	9
	25	6	4	-	10	20	10
	30	3	1	-	20	40	11

Приклад виконання завдання № 2. Згинання (двоопорна балка)

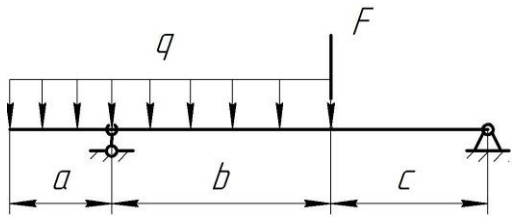


Рис. 2.1

На дерев'яну балку діють рівномірно розподільне навантаження $q = 20 \text{ кН/м}$ та зосереджена сила $F = 30 \text{ кН}$ (рис. 2.1). Побудувати епюри Q і M , підібрати круглий та прямокутний ($h = 2b$) перерізи балки та вибрати оптимальний з них, якщо розміри балки $a = 1 \text{ м}$, $b = 3 \text{ м}$, $c = 2 \text{ м}$, а допустиме напруження складає $[\sigma] = 12 \text{ МПа}$.

Рішення

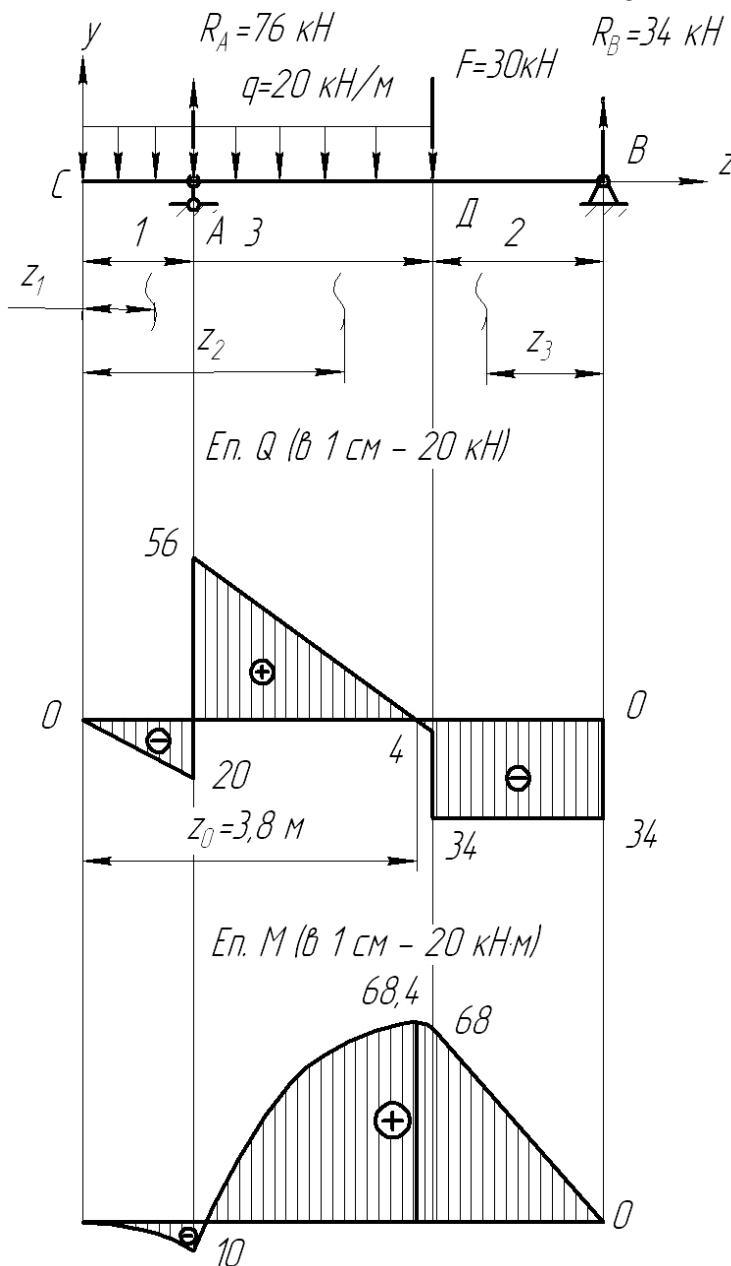


Рис. 2.2

Визначаємо опорні реакції з наступних рівнянь:

$$\sum M_A = 0;$$

$$q \cdot 4 \cdot 1 + F \cdot 3 - R_B \cdot 5 = 0, \text{ звідки}$$

$$R_B = 0,2(4q + 3F);$$

$$R_B = 0,2(4 \cdot 20 + 3 \cdot 30) = 34 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$R_A \cdot 5 - q \cdot 4 \cdot 4 - F \cdot 2 = 0,$$

$$\text{звідки } R_A = 0,2(16q + 2F);$$

$$R_A = 0,2(16 \cdot 20 + 2 \cdot 30) = 76 \text{ кН}.$$

Виконаємо перевірку правильності значень опорних реакцій з умови (рис. 2.2):

$$\sum Y_i = 0;$$

$$R_A + R_B - q \cdot 4 - F =$$

$$= 76 + 34 - 20 \cdot 4 - 30 = 0.$$

Для побудови епюр Q і M розкладаємо балку на три ділянки CA , AD та BD і складаємо функціональні залежності для кожної з них.

Ділянка CA має межі $0 \leq Z_1 \leq 1 \text{ (м)}$. Тоді

$$Q(Z_1) = -q \cdot Z_1. \quad \text{Знак „-”,}$$

оскільки розподільне навантаження намагається обертати балку проти руху годинникової стрілки.

$M(Z_1) = -\frac{qZ_1^2}{2}$. Знак „-“, оскільки момент згинає балку так, що верхня частина поперечного перерізу балки розтягнута, а нижня – стиснута.

При $Z_1 = 0$ $Q_C = 0$ і $M_C = 0$.

$Z_1 = 1\text{ м}$ $Q_A = -20 \cdot 1 = -20\text{ кН}$; $M_A = -\frac{20 \cdot 1^2}{2} = -10\text{ кН}\cdot\text{м}$.

Аналогічно, для ділянки **AD**: $1 \leq Z_2 \leq 4\text{ (м)}$.

$Q(Z_2) = -q \cdot Z_2 + R_A$; $M(Z_2) = -\frac{qZ_2^2}{2} + R_A(Z_2 - 1)$.

При $Z_2 = 1\text{ м}$ $Q_A = -20 \cdot 1 + 76 = 56\text{ кН}$;
 $M_A = -\frac{20 \cdot 1^2}{2} + 76(1 - 1) = -10\text{ кН}\cdot\text{м}$.

При $Z_2 = 4\text{ м}$ $Q_A = -20 \cdot 4 + 76 = -4\text{ кН}$;
 $M_A = -\frac{20 \cdot 4^2}{2} + 76(4 - 1) = -68\text{ кН}\cdot\text{м}$.

Оскільки $Q = \frac{dM}{dZ}$, максимальне значення моменту визначаємо з умови

$Q(Z_2) = 0$. Тоді $Z_2 = Z_0 = \frac{R_A}{q}$; $Z_0 = \frac{76}{20} = 3,8\text{ м}$

і $M_{\max} = M(Z_0) = -\frac{20 \cdot 3,8^2}{2} + 76(3,8 - 1) = 68,4\text{ кН}\cdot\text{м}$.

Для ділянки **BD**: $0 \leq Z_3 \leq 2\text{ (м)}$.

$Q(Z_3) = -R_B = -34\text{ кН}$; $M(Z_3) = R_B Z_3$;
 при $Z_3 = 0$ $M_B = 0$; $Z_3 = 2\text{ м}$ $M_D = 34 \cdot 2 = 68\text{ кН}\cdot\text{м}$.

Будуємо в масштабі епюри Q (в 1 см – 20 кН) і M (в 1 см – 20 кН·м).

Перерізи балки добираємо з умови міцності при згинанні:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_X} \leq [\sigma],$$

де M_{\max} – максимальний за модулем момент, який діє на балку;

W_X – осьовий момент опору, який для круглого перерізу складає

$$W_{X_1} = \frac{\pi d^3}{32}, \text{ звідки } d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{\max}}{\pi[\sigma]}} \text{ і } d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 68,4 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 12}} = 0,387\text{ м}.$$

Попередньо приймаємо $d = 39\text{ см}$. Тоді площа круглого поперечного

перерізу $A_1 = \frac{\pi d^2}{4}$ і $A_1 = \frac{3,14 \cdot 39^2}{4} = 1194,6\text{ см}^2$.

Аналогічно, для прямокутного ($h = 2b$) перерізу

$$W_{X_2} = \frac{bh^2}{6} = \frac{2}{3}b^3 \text{ і } b \geq \sqrt[3]{\frac{1,5M_{\max}}{[\sigma]}}; \text{ і } b \geq \sqrt[3]{\frac{1,5 \cdot 68,4 \cdot 10^{-3}}{12}} = 0,204\text{ м}.$$

Приймаємо $b = 21$ см. Тоді $h = 42$ см і площа прямокутного перерізу складає $A_2 = bh$; $A_2 = 21 \cdot 42 = 882$ см².

Порівнюючи A_1 і A_2 , маємо $\frac{A_1}{A_2} = \frac{1194,6}{882} = 1,354$. Це означає, що з двох перерізів оптимальним є прямокутний, який за площею менший від круглого на 35,4 %.

Виконаємо перевірку міцності для обох перерізів:

$$- \text{ для круглого } \sigma_{\max_1} = \frac{M_{\max}}{W_{X_1}} = \frac{32M_{\max}}{\pi d^3} \leq [\sigma];$$

$$\sigma_{\max_1} = \frac{32 \cdot 68,4 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,39^3} = 11,75 \text{ МПа} < [\sigma] = 12 \text{ МПа};$$

$$- \text{ прямокутного } \sigma_{\max_2} = \frac{M_{\max}}{W_{X_2}} = \frac{6M_{\max}}{bh^2} \leq [\sigma];$$

$$\sigma_{\max_2} = \frac{6 \cdot 68,4 \cdot 10^{-3}}{0,21 \cdot 0,42^2} = 11,08 \text{ МПа} < [\sigma] = 12 \text{ МПа}.$$

Оскільки в обох випадках умова міцності виконується, остаточно приймаємо дерев'яну балку прямокутного перерізу з розмірами сторін 21x42 см.

Завдання № 3. Згинання (консольна балка)

На дерев'яну балку діють рівномірно розподільне навантаження q та зосереджена сила F . Побудувати епюри Q і M та підібрати квадратний переріз балки, якщо допустиме напруження $[\sigma]$.

Схема	№ варіанта	Розміри, м		q , кН/м	F , кН	$[\sigma]$, МПа
		a	b			
	1	2	1	20	10	6
	6	2	2	10	20	7
	11	1	2	10	30	8
	16	4	1	10	10	9
	21	3	2	20	20	10
	26	1	3	20	30	11
	2	1	2	20	20	6
	7	2	4	10	10	7
	12	2	1	20	10	8
	17	4	2	10	20	9
	22	2	3	10	30	10
	27	1	3	20	30	11
	3	1	2	10	10	6
	8	2	2	10	20	7
	13	2	1	20	20	8
	18	3	2	20	10	9
	23	2	4	10	30	10
	28	1	3	20	30	11
	4	2	1	10	10	6
	9	2	2	10	20	7
	14	1	2	20	10	8
	19	2	3	20	20	9
	24	3	2	10	30	10
	29	1	3	20	30	11
	5	1	1	10	20	6
	10	2	2	10	10	7
	15	2	1	20	30	8
	20	1	2	20	20	9
	25	4	2	20	10	10
	30	3	1	10	30	11

Приклад виконання завдання № 3. Згинання (консольна балка)

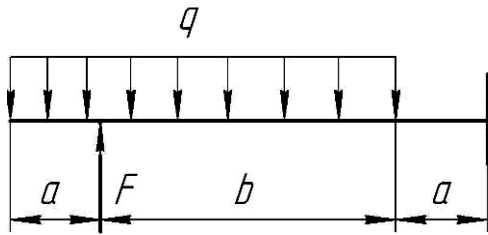


Рис. 3.1

На дерев'яну балку діють рівномірно розподільне навантаження $q = 10 \text{ кН/м}$ та зосереджена сила $F = 20 \text{ кН}$ (рис. 3.1). Побудувати епюри Q і M та підібрати квадратний переріз балки, якщо $a = 1 \text{ м}$, $b = 3 \text{ м}$, а допустиме напруження складає $[\sigma] = 12 \text{ МПа}$.

Рішення

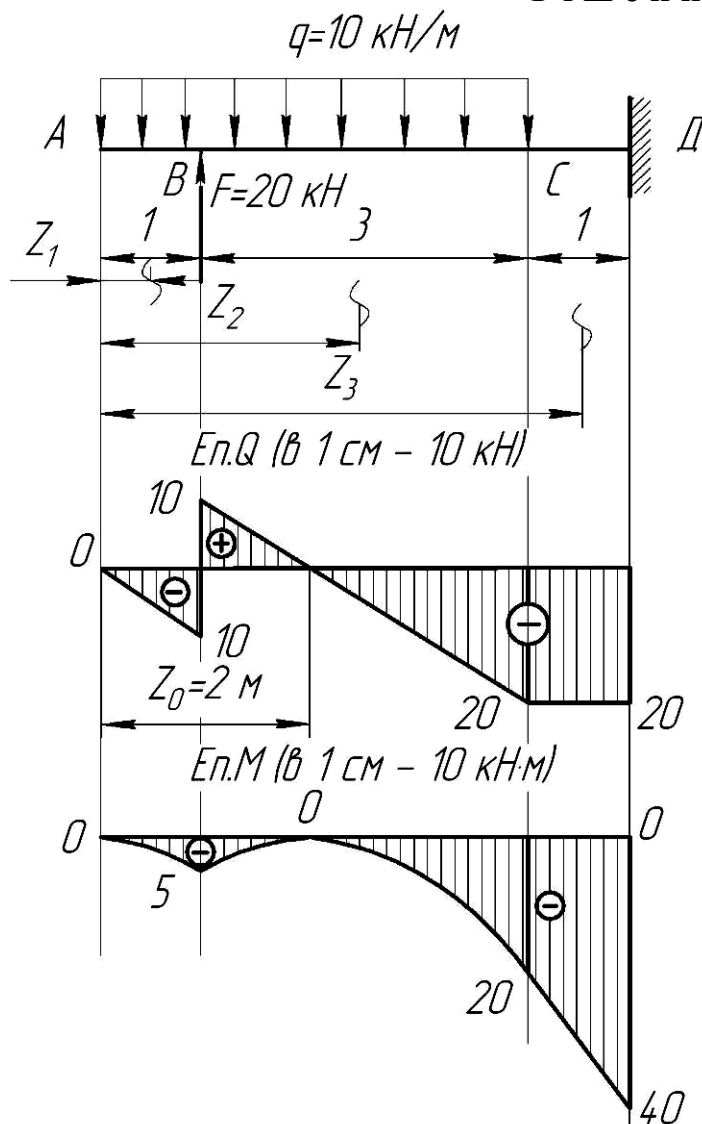


Рис. 3.2

Для консольної балки опорні реакції можна не визначати, якщо розрахунки та побудову епюр Q і M проводити з вільного кінця балки, яку розкладаємо на три ділянки AB , BC і CD (рис. 3.2).

Ділянка AB має межі $0 \leq Z_1 \leq 1 \text{ (м)}$. Тоді $Q(Z_1) = -q \cdot Z_1$. Знак „-“, оскільки розподільне навантаження намагається обертати балку проти руху годинникової стрілки.

$M(Z_1) = -\frac{qZ_1^2}{2}$. Знак „-“,

оскільки момент згинає балку так, що верхня частина поперечного перерізу балки розтягнута, а нижня – стиснута.

При $Z_1 = 0$ $Q_A = 0$ і $M_A = 0$.

$Z_1 = 1 \text{ м}$ $Q_B = -10 \cdot 1 = -10 \text{ кН}$;

$$M_B = -\frac{10 \cdot 1^2}{2} = -5 \text{ кН·м.}$$

Аналогічно, для **ділянки BC** :

$$1 \leq Z_2 \leq 4 \text{ (м)}.$$

$$Q(Z_2) = -q \cdot Z_2 + F; \quad M(Z_2) = -\frac{qZ_2^2}{2} + F(Z_2 - 1).$$

$$\text{При } Z_2 = 1 \text{ м} \quad Q_B = -10 \cdot 1 + 20 = 10 \text{ кН};$$

$$M_B = -\frac{10 \cdot 1^2}{2} + 20(1 - 1) = -5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$\text{При } Z_2 = 4 \text{ м} \quad Q_C = -10 \cdot 4 + 20 = -20 \text{ кН};$$

$$M_C = -\frac{10 \cdot 4^2}{2} + 20(4 - 1) = -20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Оскільки $Q = \frac{dM}{dZ}$, екстремальне значення моменту визначаємо з умови

$$Q(Z_2) = 0. \text{ Тоді } Z_2 = Z_0 = \frac{F}{q}; \quad Z_0 = \frac{20}{10} = 2 \text{ м}$$

$$\text{і } M_{EKС} = M(Z_0) = -\frac{10 \cdot 2^2}{2} + 20(2 - 1) = 0.$$

Для ділянки **CD**: $4 \leq Z_3 \leq 5$ (м).

$$Q(Z_3) = -4q + F = -4 \cdot 10 + 20 = -20 \text{ кН};$$

$$M(Z_3) = -4q(Z_3 - 2) + F(Z_3 - 1);$$

$$\text{при } Z_3 = 4 \text{ м} \quad M_C = -4 \cdot 10(4 - 2) + 20(4 - 1) = -20 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Z_3 = 5 \text{ м} \quad M_D = -4 \cdot 10(5 - 2) + 20(5 - 1) = -40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Будуємо в масштабі епюри Q (в 1 см – 10 кН) і M (в 1 см – 10 кН·м).

Квадратний переріз балки добираємо з умови міцності при згинанні:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_X} \leq [\sigma],$$

де M_{\max} – максимальний за модулем момент, який діє на балку;

W_X – осьовий момент опору, який для квадратного перерізу складає $W_X = \frac{a^3}{6}$, де a – сторона квадрата,

$$\text{звідки } a \geq \sqrt[3]{\frac{6M_{\max}}{[\sigma]}} \quad \text{і} \quad a \geq \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{12}} = 0,271 \text{ м}.$$

Попередньо приймаємо $a = 28$ см. Виконаємо перевірку міцності для даного перерізу:

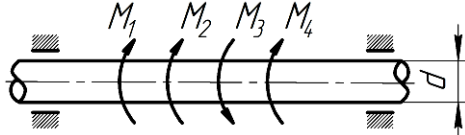




$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_X} = \frac{6M_{\max}}{a^3} \leq [\sigma];$$

$$\sigma_{\max} = \frac{6 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{0,28^3} = 10,93 \text{ МПа} < [\sigma] = 12 \text{ МПа}.$$

Оскільки умова міцності виконується, остаточно приймаємо дерев'яну балку квадратного перерізу із стороною 28 см.

Завдання № 4. Кручення

Визначити діаметр d суцільного вала з умов міцності та жорсткості, якщо на нього діють крутні моменти M_1 , M_2 , M_3 та M_4 . Для матеріалу вала допустиме напруження $[\tau]$, допустимий відносний кут закручування $[\Theta]$, а модуль зсуву $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Схема	№ варіанта	Крутні моменти, кН·м				$[\tau]$, МПа	$[\Theta]$, град/м
		M_1	M_2	M_3	M_4		
	1	0,6	1,1	2,8	1,1	40	0,1
	6	1,6	0,4	3,5	1,5	40	0,15
	11	1,0	0,7	4,2	2,5	40	0,2
	16	1,4	1,0	4,8	2,4	40	0,25
	21	0,8	2,9	5,6	1,9	40	0,3
	26	1,3	2,7	5,3	1,3	40	0,4
	2	2,2	1,4	2,8	3,0	50	0,1
	7	3,1	2,1	1,8	0,8	50	0,15
	12	1,2	3,4	0,5	2,7	50	0,2
	17	0,7	1,7	0,8	1,8	50	0,25
	22	1,5	0,4	2,3	1,2	50	0,3
	27	2,7	0,8	3,8	1,9	50	0,4
	3	0,5	2,4	3,4	1,5	60	0,1
	8	0,6	0,9	2,2	1,9	60	0,15
	13	1,6	1,1	1,3	1,8	60	0,2
	18	1,8	0,5	0,7	2,0	60	0,25
	23	2,1	2,8	3,2	2,5	60	0,3
	28	1,4	2,3	4,2	3,3	60	0,4
	4	0,4	2,6	1,2	1,8	70	0,1
	9	3,1	0,7	2,0	1,8	70	0,15
	14	1,4	2,4	0,7	3,1	70	0,2
	19	2,7	0,8	1,1	2,4	70	0,25
	24	1,2	1,9	0,3	2,8	70	0,3
	29	0,9	3,4	2,7	1,6	70	0,4
	5	1,1	4,1	1,2	1,8	80	0,1
	10	3,2	5,8	0,4	2,2	80	0,15
	15	0,8	3,9	0,4	2,7	80	0,2
	20	3,7	6,2	2,0	0,5	80	0,25
	25	1,3	2,9	0,9	0,7	80	0,3
	30	0,7	4,6	2,3	1,6	80	0,4

Приклад виконання завдання № 4. Кручення

Визначити діаметр d суцільного вала з умов міцності та жорсткості, якщо на нього діють крутні моменти $M_1 = 1,2$ кН·м, $M_2 = 4,8$ кН·м, $M_3 = 1,3$ кН·м та $M_4 = 2,3$ кН·м (рис. 4). Для матеріалу вала допустиме напруження $[\tau] = 90$ МПа, допустимий відносний кут закручування $[\theta] = 0,35$ град/м, а модуль зсуву $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

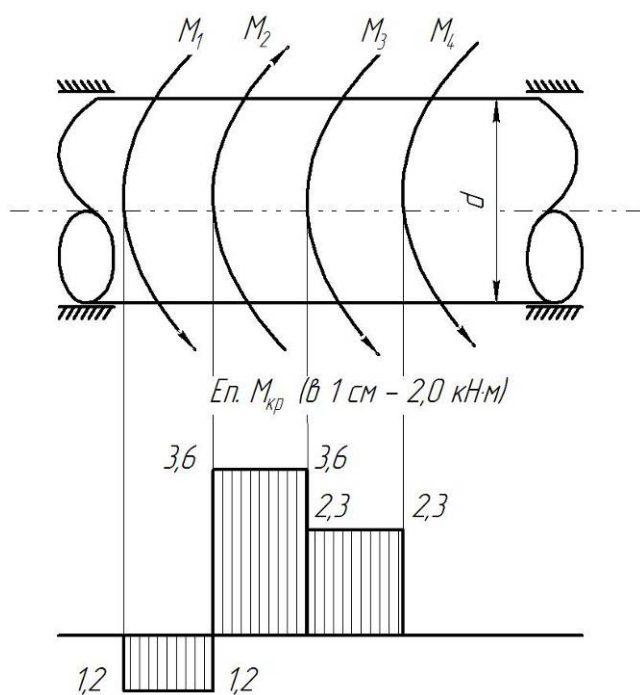


Рис.4

де $I_p = \frac{\pi d_{ж}^4}{32}$ – полярний момент інерції, звідки $d_{ж} \geq 2 \sqrt[4]{\frac{2M_{кр}}{\pi G[\theta]}}$;

$[\theta]$ у формулу підставляємо не в град/м, а в рад/м, тобто

$$[\theta] = 0,35 \text{ град/м} = 0,35 \cdot \pi / 180 \text{ рад/м.}$$

$$d_{ж} \geq 2 \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 3,6 \cdot 10^{-3} \cdot 180}{3,14^2 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,35}} = 0,0931 \text{ м.}$$

За умовою жорсткості приймаємо вал діаметром 95 мм.

Таким чином, враховуючи умови міцності та жорсткості, остаточно приймаємо вал діаметром 95 мм.

Рішення

За умовою міцності

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_p} \leq [\tau],$$

де $W_p = \frac{\pi d_M^3}{16}$ – полярний момент

опору, звідки $d_M \geq 2 \sqrt[3]{\frac{2M_{кр}}{\pi[\tau]}}$;

$$d_M \geq 2 \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 3,6 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 90}} = 0,0588 \text{ м.}$$

За умовою міцності приймаємо вал діаметром 60 мм.

За умовою жорсткості

$$\theta = \frac{M_{кр}}{GI_p} \leq [\theta],$$

Завдання № 5. Згинання з крученням

Суцільний сталевий вал круглого поперечного перерізу навантажений в небезпечному перерізі згинальним $M_{зг}$ і крутним $M_{кр}$ моментами. Визначити діаметр вала з умови міцності за третьою та четвертою теоріями міцності, якщо допустиме напруження $[\sigma]$.

№ варіанта	$M_{зг}, \text{кН}\cdot\text{м}$	$M_{кр}, \text{кН}\cdot\text{м}$	$[\sigma], \text{МПа}$
1	5	6	60
2	7	6	70
3	9	6	80
4	11	6	90
5	13	6	100
6	7	8	60
7	9	8	70
8	11	8	80
9	13	8	90
10	5	8	100
11	9	10	60
12	11	10	70
13	13	10	80
14	5	10	90
15	7	10	100
16	11	12	60
17	13	12	70
18	5	12	80
19	7	12	90
20	9	12	100
21	13	14	60
22	5	14	70
23	7	14	80
24	9	14	90
25	11	14	100
26	6	7	60
27	8	7	70
28	10	7	80
29	5	7	90
30	9	7	100

Приклад виконання завдання № 5. Згинання з крученням

Суцільний сталевий вал круглого поперечного перерізу навантажений в небезпечному перерізі згинальним $M_{зг} = 12$ кН·м і крутним $M_{кр} = 15$ кН·м моментами. Визначити діаметр вала з умови міцності за третьою та четвертою теоріями міцності, якщо допустиме напруження складає 110 МПа.

Р і ш е н н я

За умовою міцності
$$\sigma_{зв} = \frac{M_{зв}}{W} \leq [\sigma],$$

де $\sigma_{зв}$ – зведене напруження; $M_{зв}$ – зведений момент, який включає в себе згинальний $M_{зг}$ і крутний $M_{кр}$ моменти; $W = \frac{\pi d^3}{32}$ – осьовий момент опору,

звідки
$$d \geq 2 \sqrt[3]{\frac{4M_{зв}}{\pi[\sigma]}}.$$

За третьою теорією міцності

$$M_{звIII} = \sqrt{M_{зг}^2 + M_{кр}^2};$$

а за четвертою – $M_{звIV} = \sqrt{M_{зг}^2 + 0,75M_{кр}^2}.$

$$M_{звIII} = \sqrt{12^2 + 15^2} = 19,21 \text{ кН·м.}$$

$$M_{звIV} = \sqrt{12^2 + 0,75 \cdot 15^2} = 17,68 \text{ кН·м.}$$

Таким чином,

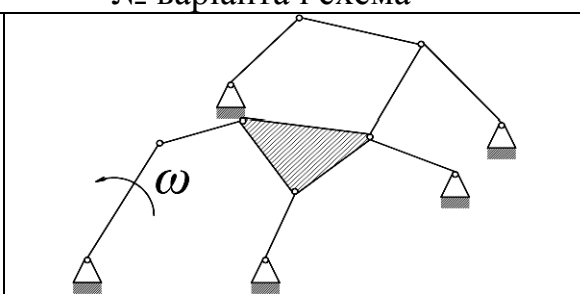
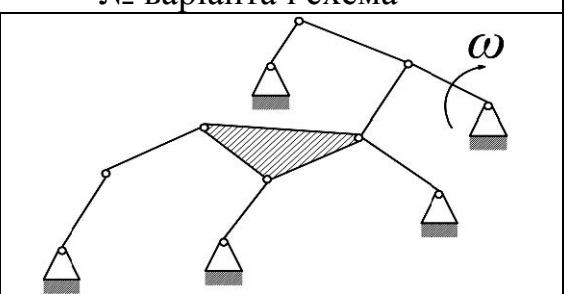
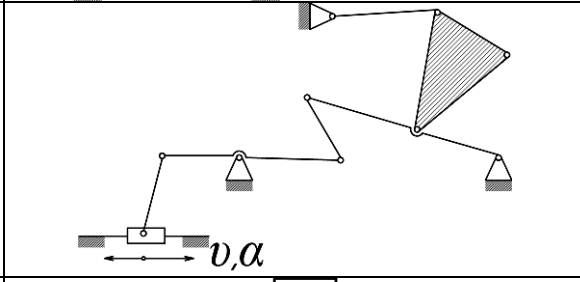
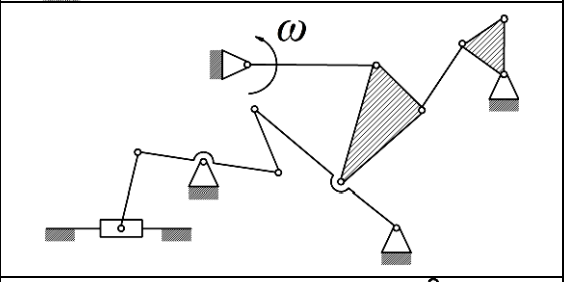
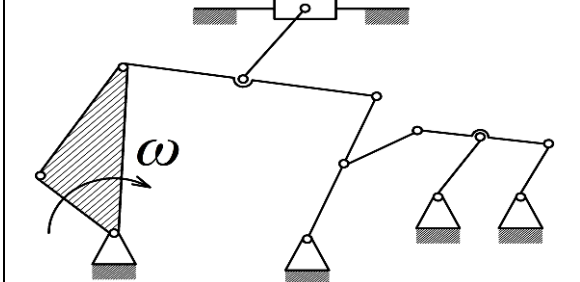
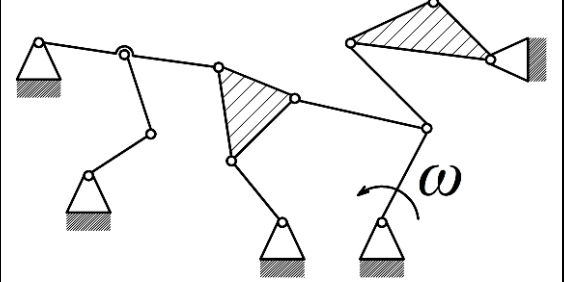
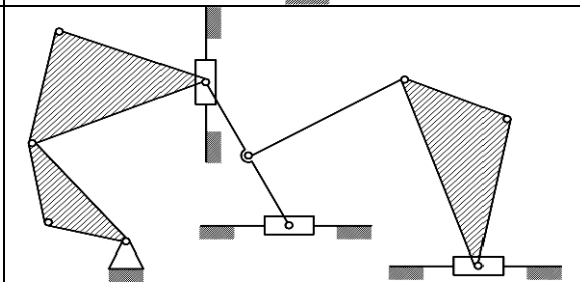
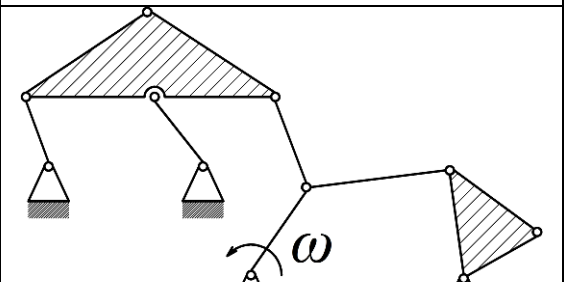
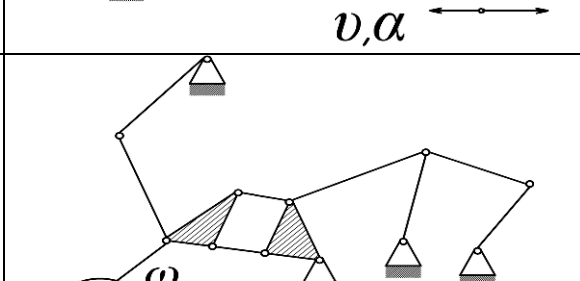
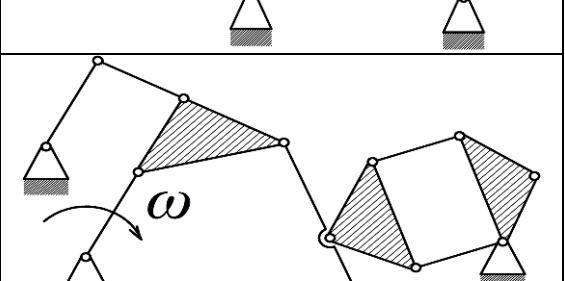
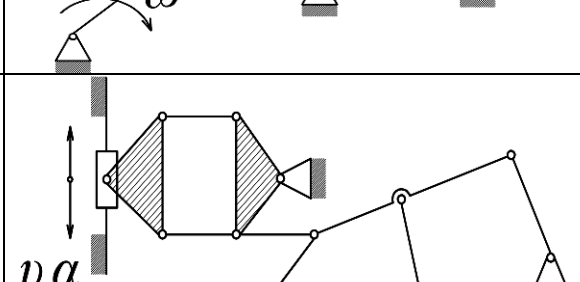
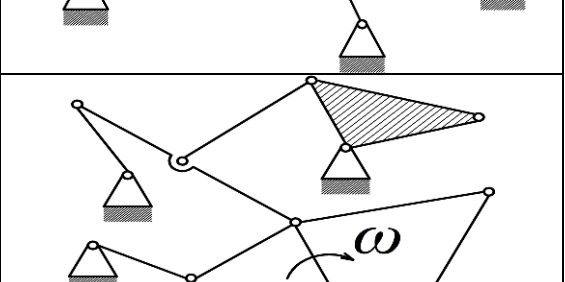
$$d_{III} \geq 2 \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 19,21 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 110}} = 0,1212 \text{ м;}$$

$$d_{IV} \geq 2 \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 19,21 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 110}} = 0,1179 \text{ м.}$$

Остаточно приймаємо за третьою теорією міцності вал діаметром $d_{III} = 125$ мм, а за четвертою – діаметром $d_{IV} = 120$ мм.

Завдання № 6. Структурний аналіз механізмів

Визначити ступінь рухомості механізму та провести його структурний аналіз із записом структурної формули механізму.

№ варіанта і схема		№ варіанта і схема	
1 13 25		7 19	
2 14 26		8 20	
3 15 27		9 21	
4 16 28		10 22	
5 17 29		11 23	
6 18 30		12 24	

Приклад виконання завдання № 6. Структурний аналіз механізмів

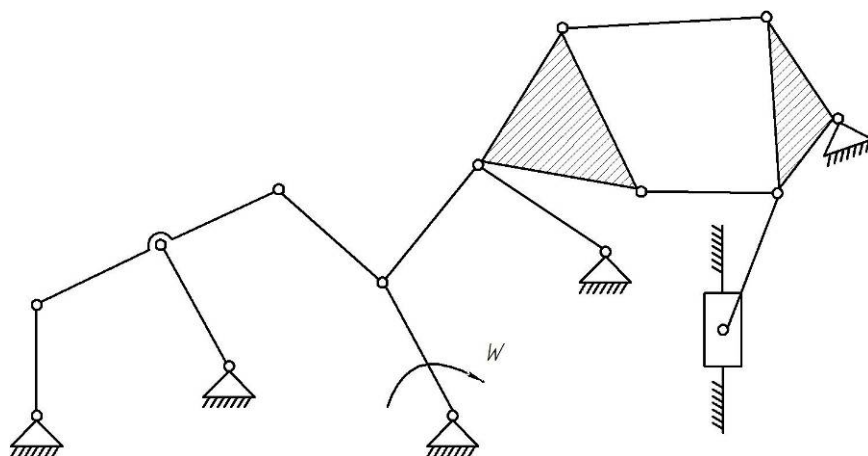


Рис. 6.1

Визначити ступінь рухомості механізму (рис. 6.1) та провести його структурний аналіз із записом структурної формули механізму.

Рішення

Будь-який механізм складається з початкового механізму та приєднаних до нього структурних груп Ассура. Ступінь рухомості механізму визначаємо за формулою

$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

де n – число рухомих ланок; p_5 – число кінематичних (обертальних або поступальних) пар 5-го класу; p_4 – число кінематичних пар 4-го класу.

Пронумеруємо ланки механізму і вкажемо кінематичні пари, які їх з'єднують.

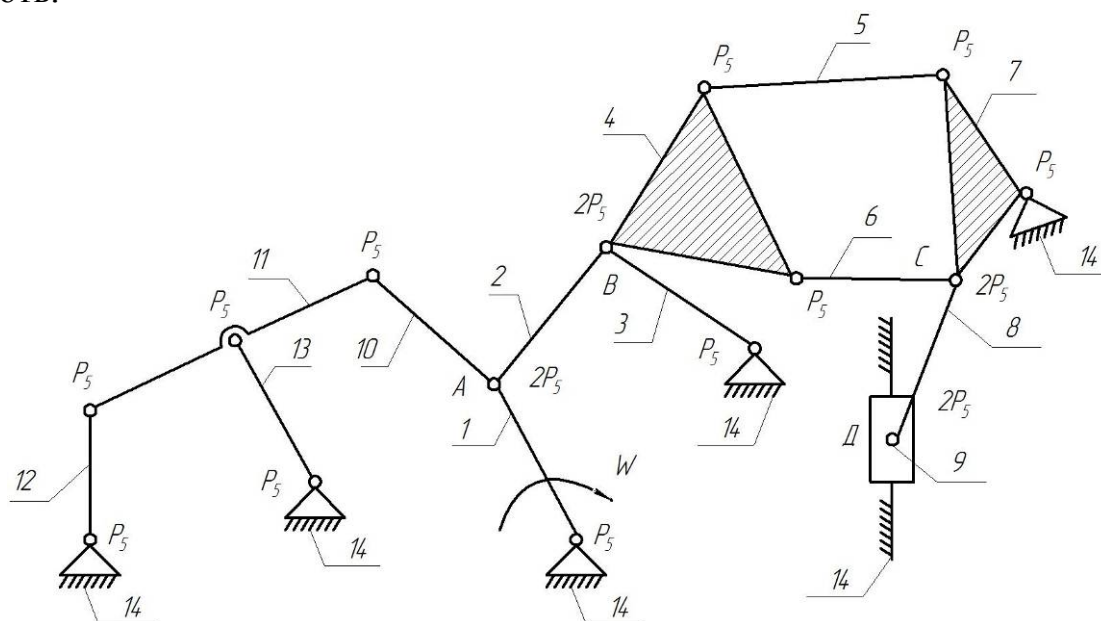


Рис. 6.2

Механізм має 13 рухомих ланок і одну (14-ту) нерухому, яка називається стійкою. В точках A , B , C і D маємо по дві кінематичні пари 5-го класу, які з'єднують в

точці A – ланки 1-10, 1-2;

точці B – ланки 2-3, 3-4;

точці *C* – ланки 6-7, 7-8;

точці *D* – ланки 8-9, 9-14.

Всі вищенаведені кінематичні пари, крім останньої, є обертальними. Пара 9-14 є поступальною. Таким чином, $n = 13$; $p_5 = 19$; $p_4 = 0$, оскільки відсутні кінематичні пари 4-го класу.

$$W = 3 \cdot 13 - 2 \cdot 19 = 1.$$

Розкладемо механізм на початковий механізм і структурні групи Ассура.

Початковий механізм складається з ведучої ланки та стійки і може мати наступні вигляди:



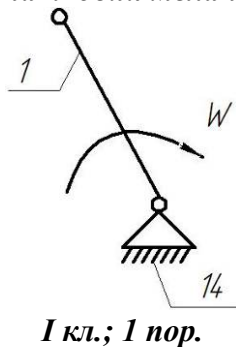
Рис.6.3

Ці початкові механізми є механізмами I класу і 1 порядку.

Структурні групи Ассура складаються з ланок, які з'єднуються внутрішніми та зовнішніми кінематичними парами. Клас групи Ассура вище другого визначається числом внутрішніх кінематичних пар, які утворюють так званий початковий контур, а порядок – числом зовнішніх кінематичних пар або числом їх елементів, якими група приєднується до інших груп або ланок механізму (наприклад, до ведучої ланки або стійки).

Визначивши початковий механізм, розкладання на структурні групи починаємо з найбільш віддаленої від початкового механізму групи (в нашому випадку це група 8-9). В жодній із структурних груп стійка не позначається. Стійка вказується лише в початковому механізмі. Будь-яка ланка входить до складу тільки однієї структурної групи (рис. 6.4).

Початковий механізм



Структурні групи Ассура

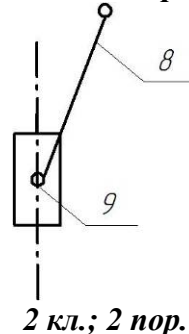
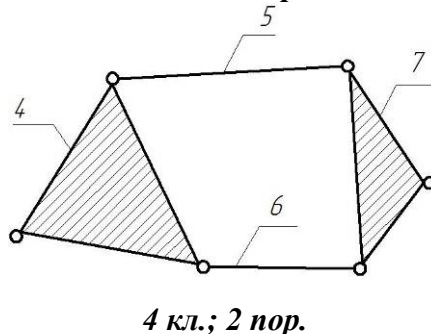
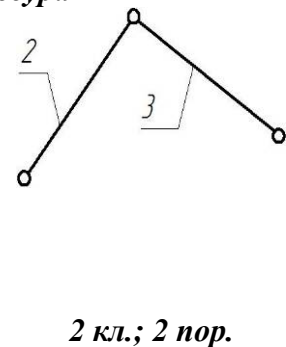
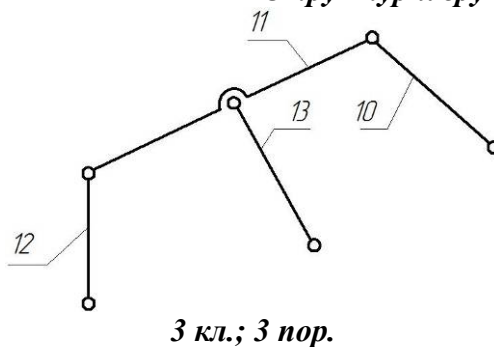
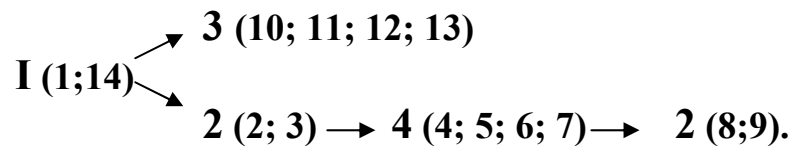


Рис.6.4

Складемо структурну формулу даного механізму. Вона має такий вигляд:



Клас механізму визначається найвищим класом групи Ассура, яка входить в його склад. Порядок механізму, як правило, не визначається. Таким чином, даний механізм є механізмом 4-го класу.

Завдання № 7. Кінематичний аналіз механізмів

Побудувати плани швидкостей та прискорень і визначити швидкість та прискорення точки K (центра ваги ланки CD), якщо відомі положення механізму, розміри його ланок, кутова швидкість ω_1 (швидкість v_A і прискорення a_A) ведучої ланки.

Положення механізму	№ варіанта	$\omega_1, \text{с}^{-1}$	$v_A, \text{м/с}$	$a_A, \text{м/с}^2$	$\varphi_0, \text{град}$	Розміри, мм			
						l_{AB}	l_{BC}	l_{CD}	l_{AD}
	1	10	—	—	0	70	210	130	90
	6	-10	—	—	30				
	11	20	—	—	60				
	16	-20	—	—	90				
	21	30	—	—	120				
	26	-30	—	—	135				
	2	—	2	5	30	50	50	150	—
	7	—	1	4	45				
	12	—	2	3	60				
	17	—	3	2	90				
	22	—	1	1	120				
	27	—	2	2	135				
	3	10	—	—	30	70	150	100	90
	8	-10	—	—	45				
	13	20	—	—	60				
	18	-20	—	—	90				
	23	30	—	—	120				
	28	-30	—	—	135				
	4	10	—	—	30	45	45	160	—
	9	-10	—	—	60				
	14	20	—	—	90				
	19	-20	—	—	120				
	24	30	—	—	150				
	29	-30	—	—	45				
	5	—	1	4	30	60	60	80	—
	10	—	2	3	45				
	15	—	3	2	60				
	20	—	4	1	75				
	25	—	5	0	90				
	30	—	1	1	120				

Приклад виконання завдання № 7. Кінематичний аналіз механізмів

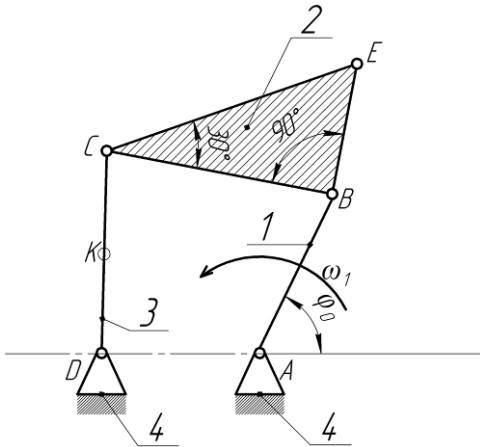


Рис. 7.1

Побудувати плани швидкостей та прискорень і визначити швидкість та прискорення точки K (центра ваги ланки CD), якщо відомі положення механізму (рис. 7.1), кут $\varphi = 45^\circ$, розміри $l_{AB} = 60$ мм; $l_{BC} = 90$ мм; $l_{CD} = 70$ мм; $l_{AD} = 50$ мм; кутова швидкість ведучої ланки $\omega_1 = -30$ с⁻¹.

Рішення

Будуємо план положення механізму, визначивши масштаб довжин. $l_{AB} = 60$ мм = 0,06 м. Прийнемо для зручності побудови довжину відрізка, що відповідає ланці AB , на плані 30 мм. Тоді

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB} = \frac{0,06}{30} = 0,002 \frac{м}{мм}.$$

Оскільки $\omega_1 < 0$, то справжній напрямок обертання ланки AB протилежний тому, що зображений на початковій схемі (рис. 7.1). Саме цей справжній напрямок показуємо на плані положення механізму (рис. 7.2). Пронумеруємо ланки механізму (рухомі – 1, 2, 3, а стійку – 4).

Для побудови плану швидкостей визначаємо швидкість точки B : $v_B = \omega_1 \cdot l_{AB}$; $v_B = 30 \cdot 0,06 = 1,8$ м/с.

Виберемо масштаб швидкостей: $\mu_v = \frac{v_B}{(pb)} = \frac{1,8}{90} = 0,02 \frac{м/с}{мм},$

де $(pb) = 90$ мм – відрізок, що відповідає швидкості точки B (приймається довільно, але так, щоб значення масштабу закінчувалося на 1, 2 або 5); p – полюс плану швидкостей (місце розташування всіх нерухомих точок, наприклад, точок A і D).

На плані швидкостей відкладаємо вектор, що відповідає v_B , причому $v_B \perp AB$ і має напрямок ω_1 (рис. 7.2).

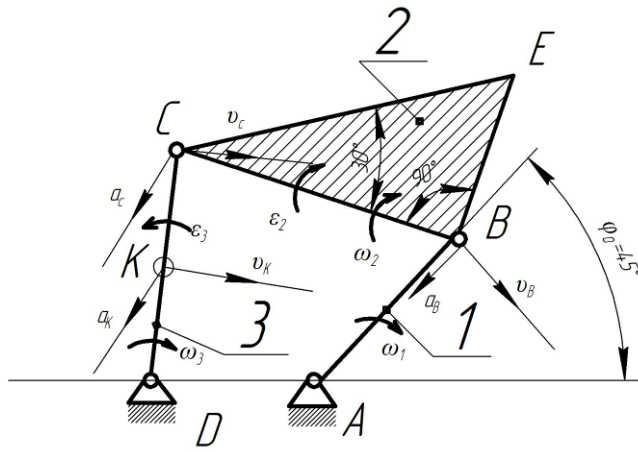
Швидкість точки C визначаємо графічно із системи векторних рівнянь:

$$\begin{cases} v_C = v_B + v_{BC}; \\ v_C = v_D + v_{DC}, \end{cases}$$

де v_{BC} і v_{DC} – відповідно швидкості точки C відносно точок B і D , причому $v_{BC} \perp BC$, $v_{DC} \perp CD$, а $v_D = 0$ (швидкість нерухомої точки).

План положення механізму

$$\left(\mu_l = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}} \right)$$



План швидкостей

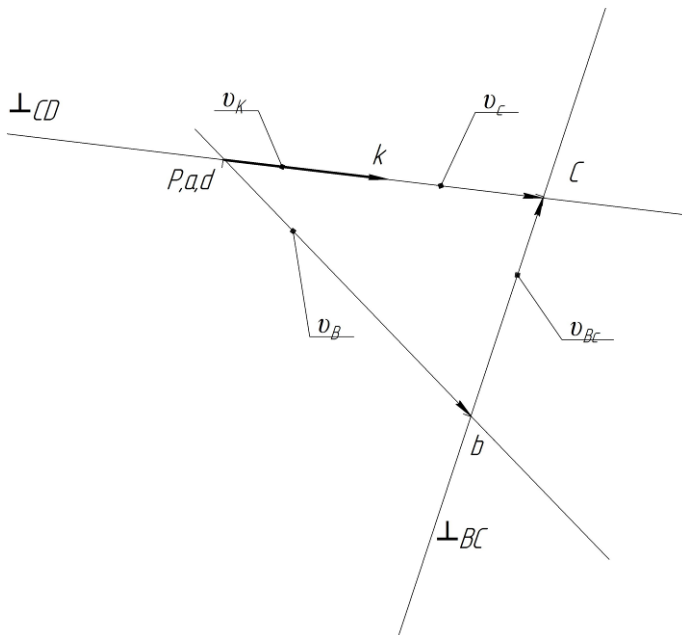
$$\left(\mu_v = 0,02 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \right)$$

$$v_B = 1,8 \text{ м/с};$$

$$v_K = 0,81 \text{ м/с};$$

$$\omega_2 = 12,89 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = 23,14 \text{ с}^{-1}$$



План прискорень

$$\left(\mu_a = 0,5 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} \right)$$

$$a_B = 54 \text{ м/с}^2;$$

$$a_K = 20,75 \text{ м/с}^2;$$

$$\varepsilon_2 = 88,9 \text{ с}^{-2};$$

$$\varepsilon_3 = 250 \text{ с}^{-2}$$

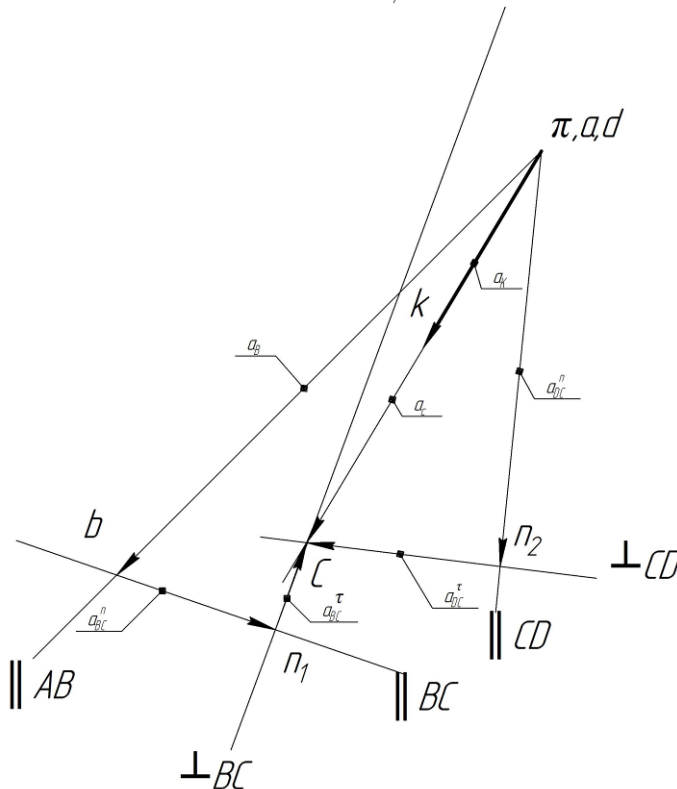


Рис. 7.2

На плані швидкостей через точку b проводимо пряму, перпендикулярну BC , а через полюс p – перпендикулярну CD . На перетині цих прямих знаходиться точка C , а відрізок (pc) відповідає v_C (рис. 7.2). Оскільки центр ваги ланки CD знаходиться посередині відрізка CD , половина відрізка (pc) відповідає v_K : $(pk) = 0,5(pc)$. $(pc) = 81$ мм. Отже, швидкість точки K $v_K = (pk) \cdot \mu_v = 0,5(pc) \cdot \mu_v$; $v_K = 0,5 \cdot 81 \cdot 0,02 = 0,81$ м/с.

Побудову плану прискорень починаємо з визначення прискорення точки B :

$$\rho a_B = \rho a_B^n + \rho a_B^\tau,$$

де $a_B^n = \omega_1^2 l_{AB}$ і $a_B^\tau = \varepsilon_1 l_{AB}$ – відповідно нормальна (доцентрова) і тангенціальна (дотична) складові прискорення, причому $a_B^n \uparrow\uparrow AB$, тобто направлена до центра обертання (до точки A), а $a_B^\tau \perp AB$.

Для встановленого режиму обертання кривошипа AB приймаємо

$\omega_1 = const$. Оскільки $\varepsilon_1 = \frac{d\omega}{dt}$, то $\varepsilon_1 = 0$ і $a_B^\tau = 0$. Отже,

$$a_B = a_B^n = 30^2 \cdot 0,06 = 54 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Масштаб прискорень } \mu_a = \frac{a_B}{(\pi b)} = \frac{54}{108} = 0,5 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}},$$

де $(\pi b) = 108$ мм – відрізок, що відповідає прискоренню точки B , π – полюс плану прискорень, тобто місце розташування всіх нерухомих точок, наприклад, точок A і D .

Прискорення точки C визначаємо графічно із системи векторних рівнянь:

$$\begin{cases} \rho a_C = \rho a_B + \rho a_{BC} = \rho a_B + \rho a_{BC}^n + \rho a_{BC}^\tau; \\ \rho a_C = \rho a_D + \rho a_{DC} = \rho a_D + \rho a_{DC}^n + \rho a_{DC}^\tau, \end{cases}$$

де $\rho a_{BC} = \rho a_{BC}^n + \rho a_{BC}^\tau$ і $\rho a_{DC} = \rho a_{DC}^n + \rho a_{DC}^\tau$ – відповідно прискорення точки C

відносно точок B і D , причому $a_D = 0$, оскільки точка D є нерухомою; $\rho a_{BC}^\tau \perp BC$; $\rho a_{DC}^\tau \perp CD$, а нормальні складові прискорень $\rho a_{BC}^n \parallel BC$ та $\rho a_{DC}^n \parallel CD$ і направлені до центра обертання (рис. 7.2):

$$a_{BC}^n = \omega_2^2 \cdot l_{BC}; \quad a_{DC}^n = \omega_3^2 \cdot l_{CD}.$$

Кутові швидкості обертання 2-ої та 3-ої ланок визначаємо із рівнянь

$$\omega_2 = \frac{v_{BC}}{l_{BC}} = \frac{(bc) \cdot \mu_v}{l_{BC}}; \quad \omega_2 = \frac{58 \cdot 0,02}{0,09} = 12,89 \text{ с}^{-1}; \quad \text{де } (bc) = 58 \text{ мм};$$

$$\omega_3 = \frac{v_C}{l_{CD}} = \frac{(pc) \cdot \mu_v}{l_{CD}}; \quad \omega_3 = \frac{81 \cdot 0,02}{0,07} = 23,14 \text{ с}^{-1}; \quad \text{де } (pc) = 81 \text{ мм}.$$

Таким чином,

$$a_{BC}^n = 12,89^2 \cdot 0,09 = 14,95 \text{ м/с}^2; \quad a_{DC}^n = 23,14^2 \cdot 0,07 = 37,49 \text{ м/с}^2.$$

Цим нормальним складовим прискорень відповідають наступні відрізки на плані прискорень:

$$(bn_1) = \frac{a_{BC}^n}{\mu_a}; \quad (bn_1) = \frac{14,95}{0,5} = 29,9 \text{ мм};$$

$$(\pi n_2) = \frac{a_{DC}^n}{\mu_a}; \quad (\pi n_1) = \frac{37,49}{0,5} = 75,0 \text{ мм}.$$

На плані прискорень через точку b проводимо пряму, паралельну ланці BC і на цій прямій відкладаємо вектор (bh_1^u) в напрямку CB , а через точку n_1 – пряму, перпендикулярну BC . З полюса π відкладаємо вектор (πh_2^u) , паралельний ланці CD в напрямку CD , а через точку n_2 – пряму, перпендикулярну CD . На перетині цих двох перпендикулярів знаходиться точка c , а посередині відрізка πc – точка k (рис. 7.2). Прискорення точки K дорівнює

$$a_K = (\pi k) \cdot \mu_a = 0,5(\pi c) \cdot \mu_a; \text{ де } (\pi c) = 83 \text{ мм};$$

$$a_K = 0,5 \cdot 83 \cdot 0,5 = 20,75 \text{ м/с}^2.$$

Кутові прискорення обертання 2-ої та 3-ої ланок визначаємо за відповідними тангенціальними складовими прискорень a_{BC}^τ і a_{DC}^τ :

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BC}^\tau}{l_{BC}} = \frac{(n_1 c) \cdot \mu_a}{l_{BC}}; \quad \varepsilon_2 = \frac{16 \cdot 0,5}{0,09} = 88,9 \text{ с}^{-2}; \text{ де } (n_1 c) = 16 \text{ мм};$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{DC}^\tau}{l_{CD}} = \frac{(n_2 c) \cdot \mu_a}{l_{CD}}; \quad \varepsilon_3 = \frac{35 \cdot 0,5}{0,07} = 250 \text{ с}^{-2}; \text{ де } (n_2 c) = 35 \text{ мм}.$$

Напрямки кутових прискорень ланок визначаємо за напрямками відповідних тангенціальних складових прискорень (рис. 7.2). Таким чином, 2-га ланка обертається з прискоренням, а 3-тя – з уповільненням.

ЛІТЕРАТУРА

Основна:

1. Артоболовский И.И. Теория механизмов и машин: Учебник для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1988.–640 с.
2. Беляев И.М. Сопротивление материалов. – 15-е изд., перераб. – М.: Наука, 1976.– 608 с.
3. Дарков Д.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов: Учебник для техн. вузов. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1989. – 624 с.
4. Заблонский К.И., Белоконев Н.М., Щекин Б.М. Теория механизмов и машин: Учебник для техн. вузов.– К.: Вища школа, 1989.– 376 с.
5. Оберніхін С.А., Рудської В.Д., Гедвило О.І. Опір матеріалів: Лабораторні роботи. – К.: Вища школа, 1983.– 79 с.
6. Павлище В.Т. Основи конструювання та розрахунків деталей машин. – К.: Вища школа, 1993.– 558 с.
7. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С. Опір матеріалів: Підручник / За ред. Г.С. Писаренка.– К.: Вища школа, 1993.– 655 с.

Додаткова:

8. Барданов Ю.М. Курс сопротивления материалов в структурно- логических схемах: Учебное пособие. – К.: Вища школа, 1988.– 215 с.
9. Винокуров Е.Ф., Петрович А.Г., Шевчук Л.И. Сопротивление материалов: Расчетно-проектировочные работы.– Минск: Вышэйшая школа, 1987. – 227 с.
10. Иосилевич Г.Б., Лебедев П.А., Стреляев В.С. Прикладная механика: Для студентов вузов. – М.: Машиностроение, 1985.–576 с.
11. Кинашвили Р.С. Сопротивление материалов: Краткий учебник / Под ред А.С. Вольмира.–11-е изд.–М.: 1975.–384 с.
12. Кореняко О.С. Теорія механізмів і машин. Навчальний посібник / За ред. М.К. Афанасьєва. – К.: Вища школа, 1987.– 206 с.
13. Обозовский Б.А., Ханин С.Е. Сопротивление материалов в примерах и задачах: Учебное пособие. – 3-е изд., стереотипное.– Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1971. – 384 с.
14. Опір матеріалів: Збірник індивідуальних завдань з прикладами розв'язування задач для самостійної роботи студентів спеціальності „Трудове навчання (технічна праця)” / Укл. Ю.В.Калязін, Є.Я. Прасолов, А.М. Хлопов. – Полтава: Полтавський державний педагогічний університет, 2005.– 28 с.
15. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов / Отв. ред. Г.С. Писаренко. – К.: Наукова думка, 1988.– 736 с.
16. Піскунов В.Г., Присяжнюк В.К. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності: У 2-х ч., 5 кн. – Ч.1, кн. 1. Загальні основи курсу: Підручник / За ред. В.Г. Піскунова. – К.: Вища школа, 1994.– 204 с.
17. Терегулов И.Г. Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности: Учебник для студентов вузов. – М.: Высшая школа, 1984. – 472 с.
18. Цурпал И.А., Барабан И.П., Швайко В.М. Сопротивление материалов: Лабораторные работы. Учебное пособие для вузов.– 2-е изд., перераб. и доп.–К.: Вища школа, 1988. – 245 с.

