

**Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
Полтавський національний педагогічний університет  
імені В.Г.Короленка**

**Факультет технологій та дизайну**

**Кафедра виробничо-інформаційних технологій  
та безпеки життєдіяльності**

# **МАШИНОЗНАВСТВО**

## **Частина 1. Теоретична механіка**

**Збірник індивідуальних завдань до контрольних робіт  
з прикладами розв'язування для студентів  
денної та заочної форм навчання  
спеціальностей “Технологічна освіта” та “Професійне навчання”**

**Полтава – 2011**

УДК 621.01(075)-057.875  
ББК 34.41р30  
К 64

Кондель В. М. Машинознавство. Ч. 1. Теоретична механіка : збірник індивідуальних завдань до контрольних робіт з прикладами розв'язування для студентів денної та заочної форм навчання спеціальностей “Технологічна освіта” та “Професійне навчання” / В. М. Кондель, А. М. Хлопов. – Полтава: ПНПУ, 2011. – 20 с.

Збірник містить сім завдань з 30 варіантами та відповідними прикладами їх розв'язування і призначений для виконання залікових контрольних та розрахунково-графічних робіт з курсу «Машинознавство» (розділ «Теоретична механіка») студентами денної та заочної форм навчання спеціальностей “Технологічна освіта” та “Професійне навчання”.

Рецензенти:

Семко О.В. – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри архітектури та міського будівництва Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка;

Руденко О.П. – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри загальної фізики Полтавського національного педагогічного університету імені В.Г.Короленка

Відповідальний за випуск: Титаренко В.П., декан факультету технологій та дизайну, професор, доктор педагогічних наук

Редактор: доцент Григор'єва О.О.

Збірник рекомендований до друку Вченою радою Полтавського національного педагогічного університету імені В.Г.Короленка (протокол №        від        2011 р.)

## ЗМІСТ

Загальні відомості про завдання . . . . .	4
Завдання № 1. Збіжна система сил . . . . .	5
Приклад виконання завдання № 1. Збіжна система сил . . . . .	6
Завдання № 2. Довільна система сил (двоопорна балка) . . . . .	8
Приклад виконання завдання № 2. Довільна система сил (двоопорна балка). . . . .	9
Завдання № 3. Довільна система сил (консольна балка). . . . .	10
Приклад виконання завдання № 3. Довільна система сил (консольна балка). . . . .	11
Завдання № 4. Довільна система пар сил. . . . .	12
Приклад виконання завдання № 4. Довільна система пар сил. . . . .	13
Завдання № 5. Швидкість точки . . . . .	14
Приклад виконання завдання № 5. Швидкість точки. . . . .	15
Завдання № 6. Швидкість та прискорення . . . . .	16
Приклад виконання завдання № 6. Швидкість та прискорення. . . . .	17
Завдання № 7. Динаміка матеріальної точки . . . . .	18
Приклад виконання завдання № 7. Динаміка матеріальної точки. . . . .	19
Література. . . . .	20

## Загальні відомості про завдання

Розділ «Теоретична механіка» є складовою частиною дисципліни «Машинознавство», яка є теоретичною базою фахової підготовки вчителя освітньої галузі «Технології», зокрема, для спеціальностей «Технологічна освіта» та «Професійне навчання».

Основними завданнями вивчення курсу є:

- набуття майбутнім вчителем знань, умінь та навичок, необхідних для засвоєння спеціальних технічних дисциплін, що дають йому можливість на достатньому методичному рівні проводити заняття з освітньої галузі «Технології» та керувати роботою технічних гуртків;
- розширення знань із статички, кінематики та динаміки дає можливість збагачувати заняття політехнічним змістом, що значно підвищує зацікавленість учнів до предмету;
- розвиток творчого мислення майбутніх фахівців технологічної освіти та професійного навчання.

Результатами вивчення курсу є розуміння студентами таких понять:

- основні завдання розділів теоретичної механіки: статички, кінематики та динаміки;
- умови рівноваги плоскої та просторової системи сил;
- формули для визначення швидкостей та прискорень точок і ланок механізмів;
- пряма і обернена задачі динаміки щодо механічного руху тіла і сил, під дією яких здійснюється цей рух.

Після опанування курсу студент повинен уміти визначати:

- зусилля в стержнях і тросах плоскої та просторової системи сил;
- опорні реакції для консольних і двоопорних балок у випадках дії на них зосереджених сил та моментів і розподільного навантаження;
- значення і напрямки швидкостей та прискорень точок механізму;
- силу, під дією якої здійснюється механічний рух твердого тіла;
- рівняння руху матеріальної точки з побудовою відповідного графіка.

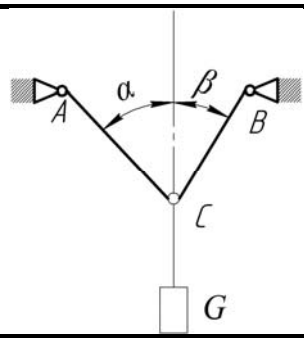
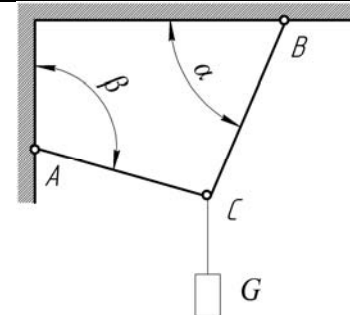
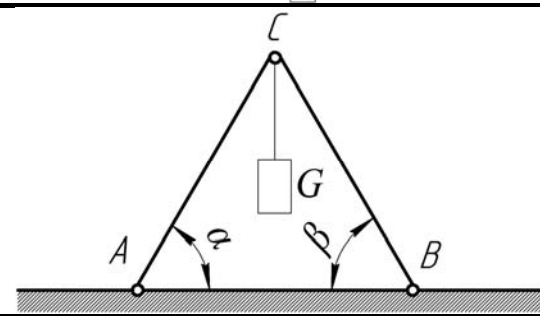
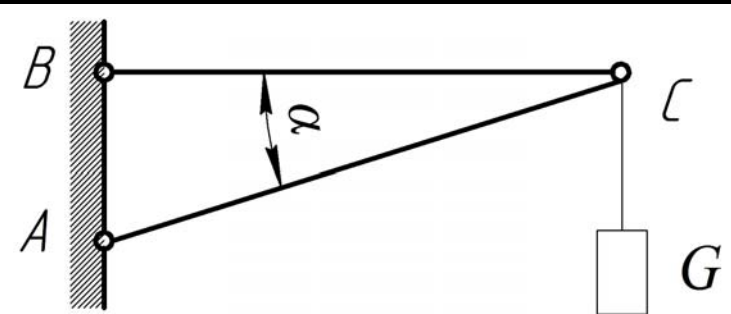
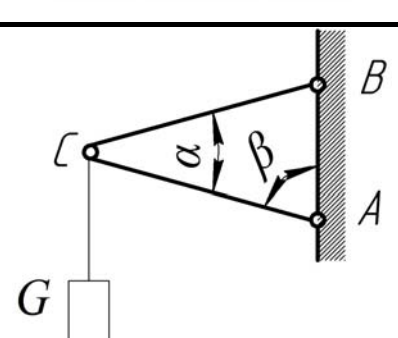
Специфікою вивчення предмету на заочному відділенні є виконання залікових домашніх контрольних робіт та захист їх на занятті в аудиторії. Для цього навчальним планом передбачена значна кількість годин самостійної та індивідуальної роботи.

Запропонований збірник містить сім завдань залікових контрольних та розрахунково-графічних робіт з 30 варіантами та відповідними прикладами їх розв'язування та оформлення, а також перелік рекомендованої основної та додаткової літератури.

Збірник охоплює весь матеріал третього семестру вивчення курсу денної та заочної форм навчання та відповідає програмі для технічних спеціальностей педагогічних університетів.

## Завдання № 1. Збіжна система сил

Визначити зусилля в тросах (стержнях)  $AC$  і  $BC$ , якщо вага вантажу становить  $G$ , а кути –  $\alpha$  і  $\beta$ .

Схема	№ варіанта	Кути, град		$G$ , кН
		$\alpha$	$\beta$	
	1	45	60	50
	6	60	30	40
	11	30	45	30
	16	45	30	25
	21	60	60	10
	26	45	45	20
	2	60	90	40
	7	45	120	60
	12	30	135	30
	17	45	150	50
	22	30	90	20
	27	60	120	70
	3	45	60	10
	8	30	45	20
	13	60	30	5
	18	45	45	30
	23	30	60	40
	28	60	45	60
	4	30	–	15
	9	45	–	30
	14	60	–	40
	19	30	–	20
	24	45	–	50
	29	60	–	70
	5	30	90	40
	10	45	60	30
	15	60	60	50
	20	45	45	10
	25	30	75	20
	30	60	45	70

## Приклад виконання завдання № 1. Збіжна система сил

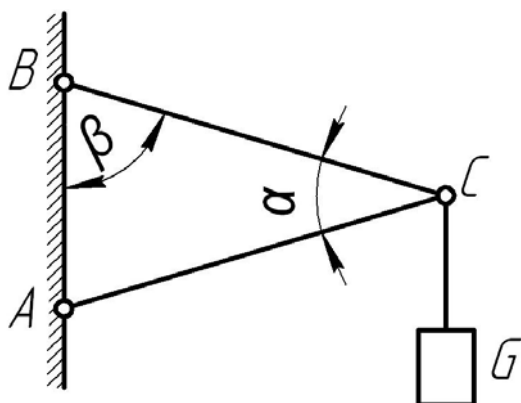


Рис. 1.1

Визначити зусилля в стержні  $AC$  і в тросі  $BC$ , якщо вага вантажу становить  $60$  кН, а кути  $\alpha$  і  $\beta$  – відповідно  $45^\circ$  і  $75^\circ$  (рис. 1.1).

### Рішення

Стержень  $AC$  працює на стиск, а трос  $BC$  – на розтяг. Визначимо зусилля в стержні  $N_{AC}$  та в тросі  $N_{BC}$  одним з трьох способів.

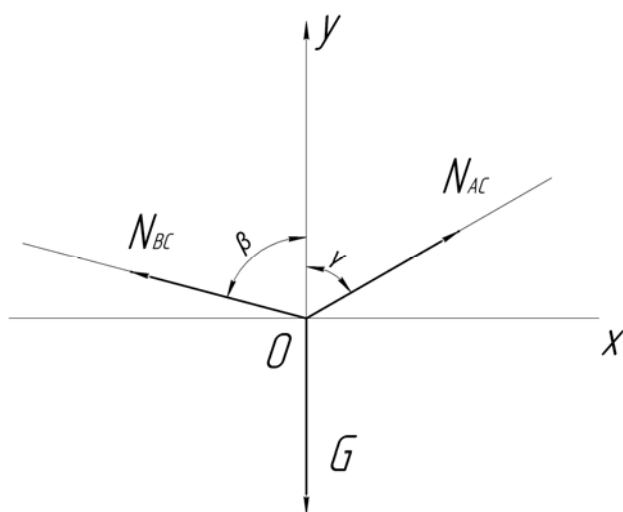


Рис. 1.2

**1. Аналітичний метод.** Збіжну плоску систему сил розташовуємо в координатній системі  $XOY$  (рис. 1.2). Умовою рівноваги цієї системи сил є вирішення системи рівнянь:

$$\begin{cases} \Sigma X_i = 0; & (1) \\ \Sigma Y_i = 0, & (2) \end{cases}$$

де  $\Sigma X_i$  і  $\Sigma Y_i$  – суми проекцій всіх сил відповідно на осі  $X$  і  $Y$ :

$$\Sigma X_i = N_{AC} \cdot \sin \gamma - N_{BC} \cdot \sin \beta = 0; \quad (1)$$

$$\Sigma Y_i = N_{AC} \cdot \cos \gamma - N_{BC} \cdot \cos \beta - G = 0. \quad (2)$$

З першого рівняння  $N_{BC} = N_{AC} \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$ , а з другого –

$$N_{AC} = \frac{G}{\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} + \cos \gamma}, \text{ де } \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta); \gamma = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ.$$

$$N_{AC} = \frac{60}{\frac{\sin 60^\circ}{\sin 75^\circ} + \cos 60^\circ} = 81,96 \text{ кН}; \quad N_{BC} = 81,96 \frac{\sin 60^\circ}{\sin 75^\circ} = 73,48 \text{ кН}.$$

**2. Графоаналітичний метод.** Ескізно будуємо силовий трикутник, сторонами якого є вектори, що відповідають вазі вантажу  $G$  та зусиллям  $N_{AC}$  і  $N_{BC}$  (рис. 1.3).

За теоремою синусів  $\frac{G}{\sin \alpha} = \frac{N_{AC}}{\sin \beta} = \frac{N_{BC}}{\sin \gamma}$ , звідки  $N_{AC} = G \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$ ;

$$N_{BC} = G \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}; N_{AC} = 60 \frac{\sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = 81,96 \text{ кН}; N_{BC} = 60 \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = 73,48 \text{ кН}.$$

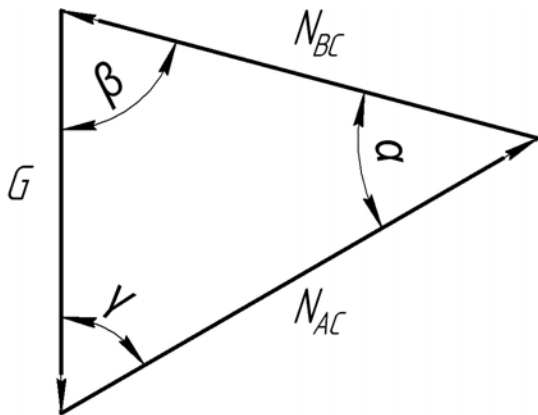


Рис. 1.3

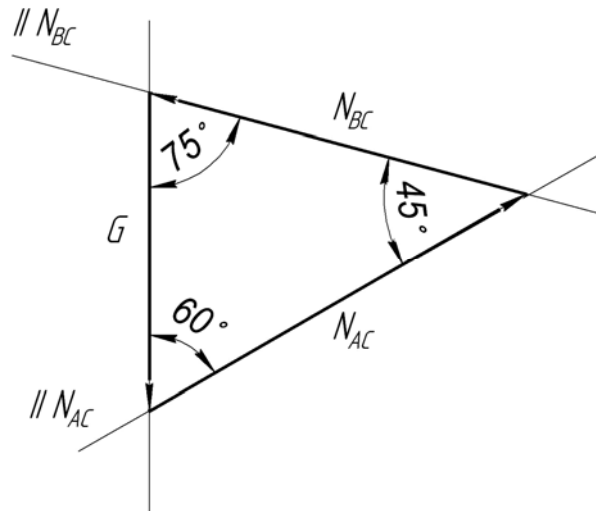


Рис. 1.4

**3. Графічний метод.** Будуємо в масштабі (наприклад, в 1 см – 10 кН) силовий трикутник (рис. 1.4): спочатку вектор, що відповідає відомій вазі вантажу  $G$ , а потім через початок і кінець цього вектора проводимо прямі, паралельні відповідно лініям дії зусиль  $N_{AC}$  і  $N_{BC}$ . Вимірявши довжини отриманих векторів, за масштабом визначаємо невідомі зусилля:  $N_{AC} = 82$  кН,  $N_{BC} = 73$  кН.

Отже, зусилля в стержні  $AC$   $N_{AC} = 81,96$  кН;

а в тросі  $BC$  –  $N_{BC} = 73,48$  кН.

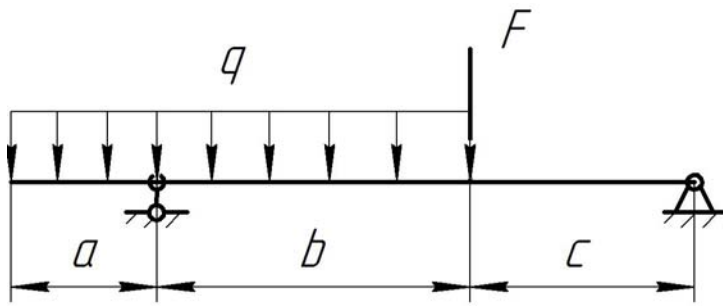
## Завдання № 2. Довільна система сил (двоопорна балка)

На балку діють рівномірно розподільне навантаження  $q$  та зосереджена сила  $F$ . Визначити опорні реакції.

Схема	№ варіанта	Розміри, м			$q$ , кН/м	$F$ , кН
		$a$	$b$	$c$		
	1	2	3	2	10	20
	6	3	2	2	20	10
	11	3	3	3	20	20
	16	2	2	3	10	10
	21	4	2	4	20	40
	26	2	4	2	10	30
	2	2	3	4	10	20
	7	2	2	2	20	10
	12	3	2	2	20	20
	17	2	4	2	10	10
	22	3	3	2	20	30
	27	3	4	3	10	30
	3	4	2	-	10	20
	8	6	3	-	10	30
	13	2	3	-	20	20
	18	3	3	-	30	20
	23	3	4	-	20	10
	28	3	2	-	20	30
	4	2	4	2	10	20
	9	2	5	3	10	30
	14	2	4	1	20	10
	19	1	3	2	20	20
	24	1	4	3	20	30
	29	1	6	1	10	40
	5	2	2	-	20	10
	10	4	2	-	10	10
	15	5	3	-	10	30
	20	2	4	-	20	20
	25	6	4	-	10	20
	30	3	1	-	20	40



**Приклад виконання завдання № 2.  
Довільна система сил (двоопорна балка)**

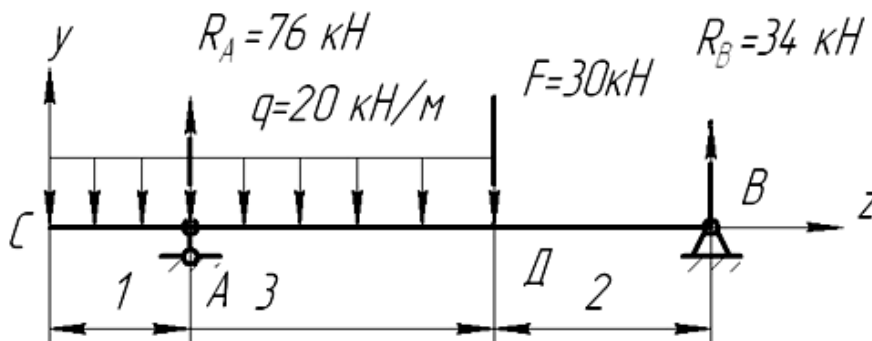


На балку діють рівномірно розподільне навантаження  $q = 20$  кН/м та зосереджена сила  $F = 30$  кН (рис. 2.1). Визначити опорні реакції.

**Рис. 2.1**

**Р і ш е н н я**

Визначаємо опорні реакції з наступних рівнянь (рис. 2.2):



**Рис. 2.2**

$$\Sigma M_A = 0; \quad q \cdot 4 \cdot 1 + F \cdot 3 - R_B \cdot 5 = 0, \text{ звідки } R_B = 0,2(4q + 3F);$$

$$R_B = 0,2(4 \cdot 20 + 3 \cdot 30) = 34 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_B = 0; \quad R_A \cdot 5 - q \cdot 4 \cdot 4 - F \cdot 2 = 0, \text{ звідки } R_A = 0,2(16q + 2F);$$

$$R_A = 0,2(16 \cdot 20 + 2 \cdot 30) = 76 \text{ кН}.$$

Виконаємо перевірку правильності значень опорних реакцій з умови:

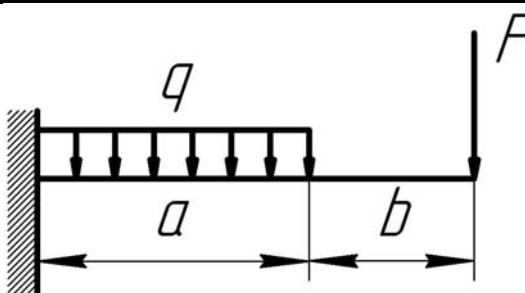
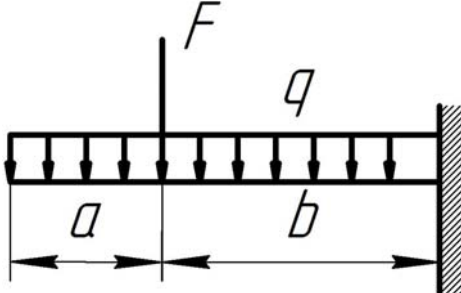
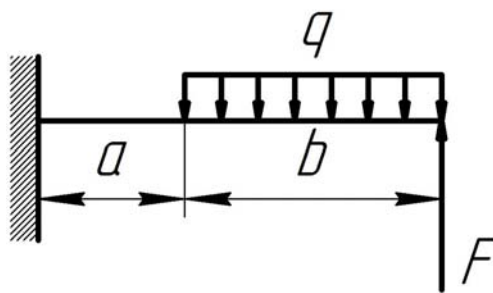
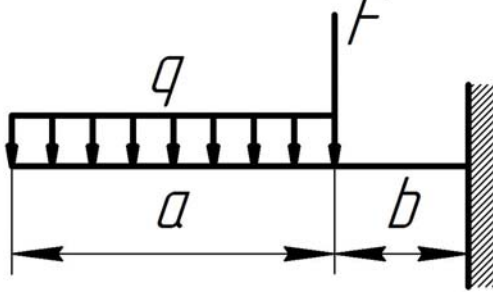
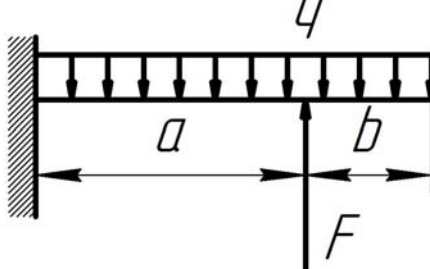
$$\Sigma Y_i = 0;$$

$$R_A + R_B - q \cdot 4 - F = 76 + 34 - 20 \cdot 4 - 30 = 0.$$

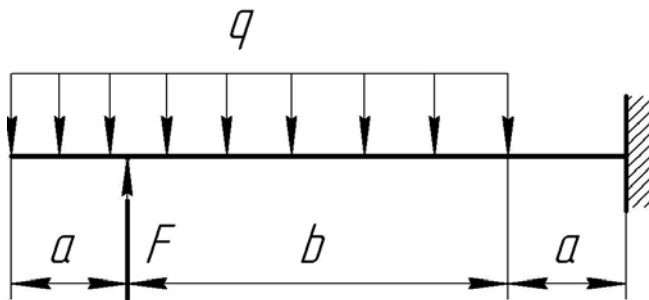
Таким чином, опорні реакції  $R_A = 76$  кН ;  $R_B = 34$  кН.

### Завдання № 3. Довільна система сил (консольна балка)

На балку діють рівномірно розподільне навантаження  $q$  та зосереджена сила  $F$ . Визначити опорні реакції в защемленні.

Схема	№ варіанта	Розміри, м		$q$ , кН/м	$F$ , кН
		$a$	$b$		
	1	2	1	20	10
	6	2	2	10	20
	11	1	2	10	30
	16	4	1	10	10
	21	3	2	20	20
	26	1	3	20	30
	2	1	2	20	20
	7	2	4	10	10
	12	2	1	20	10
	17	4	2	10	20
	22	2	3	10	30
	27	1	3	20	30
	3	1	2	10	10
	8	2	2	10	20
	13	2	1	20	20
	18	3	2	20	10
	23	2	4	10	30
	28	1	3	20	30
	4	2	1	10	10
	9	2	2	10	20
	14	1	2	20	10
	19	2	3	20	20
	24	3	2	10	30
	29	1	3	20	30
	5	1	1	10	20
	10	2	2	10	10
	15	2	1	20	30
	20	1	2	20	20
	25	4	2	20	10
	30	3	1	10	30

**Приклад виконання завдання № 3.  
Довільна система сил (консольна балка)**

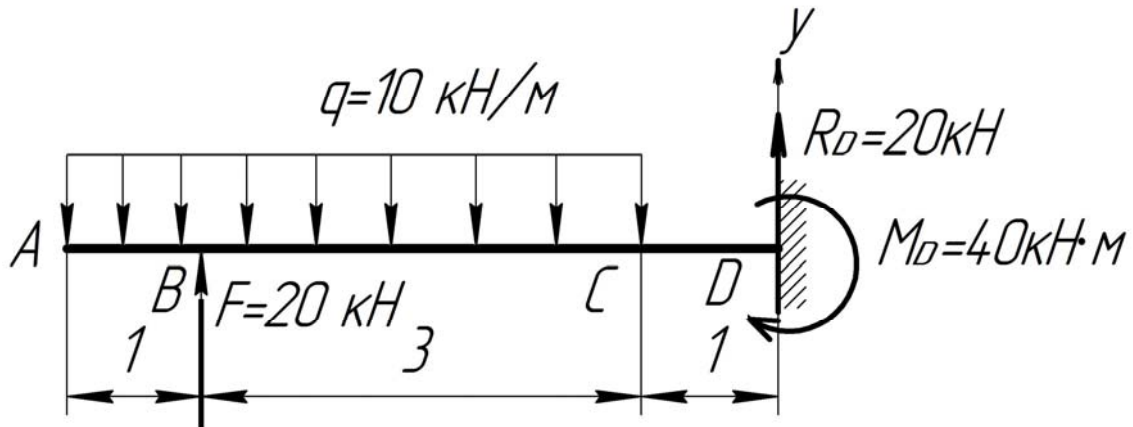


*Рис. 3.1*

На балку діють рівномірно розподільне навантаження  $q = 10 \text{ кН/м}$  та зосереджена сила  $F = 20 \text{ кН}$  (рис. 3.1). Визначити опорні реакції в защемленні.

**Р і ш е н н я**

Визначаємо опорні реакції з наступних рівнянь (рис. 3.2):



*Рис. 3.2*

$$\sum Y = 0; \quad F + R_D - q \cdot 4 = 0, \quad \text{звідки } R_D = 4q - F;$$

$$R_D = 4 \cdot 10 - 20 = 20 \text{ кН};$$

$$\sum M_D = 0; \quad F \cdot 4 - q \cdot 4 \cdot 3 + M_D = 0, \quad \text{звідки } M_D = 12q - 4F;$$

$$M_D = 12 \cdot 10 - 4 \cdot 20 = 40 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Виконаємо перевірку правильності значень опорних реакцій за умовою:

$$\sum M_A = 0;$$

$$q \cdot 4 \cdot 2 - F \cdot 1 - R_D \cdot 5 + M_D = 10 \cdot 4 \cdot 2 - 20 \cdot 1 - 20 \cdot 5 + 40 = 0.$$

Таким чином, реакції на опорі D:  $R_D = 20 \text{ кН}$ ;  $M_D = 40 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

## Завдання № 4. Довільна система пар сил

На балку діють пари сил з моментами  $M_1$ ,  $M_2$  і  $M_3$ . Визначити опорні реакції.

Схема	№ варіанта	Розміри, м			$M_1$	$M_2$	$M_3$
		$a$	$b$	$c$	кН·м		
	1	1	5	4	50	80	70
	6	2	3	2	40	30	60
	11	3	2	3	80	60	80
	16	2	2	1	70	40	50
	21	1	1	2	60	70	40
	26	3	4	5	40	50	90
	2	6	4	1	80	60	70
	7	3	5	2	70	50	80
	12	4	3	3	60	80	50
	17	2	2	1	50	70	40
	22	2	3	2	40	30	60
	27	5	1	4	90	40	30
	3	1	4	6	70	60	80
	8	2	5	3	80	50	70
	13	3	3	4	50	80	60
	18	1	2	2	40	70	50
	23	2	3	2	60	30	40
	28	4	5	3	90	40	30
	4	1	2	2	50	60	80
	9	2	4	3	80	50	70
	14	3	5	1	70	80	60
	19	1	8	3	60	30	50
	24	2	7	2	40	70	40
	29	4	3	5	30	90	30
	5	3	4	3	60	70	80
	10	1	5	2	30	80	50
	15	3	2	2	80	60	70
	20	1	3	1	70	50	40
	25	2	1	1	50	40	30
	30	4	2	3	40	30	90

**Приклад виконання завдання № 4.**  
**Довільна система пар сил**

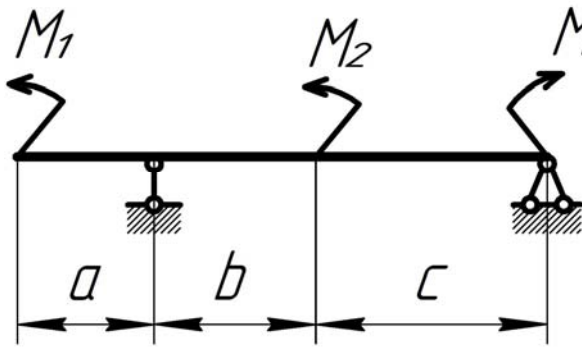


Рис. 4.1

На балку діють пари сил з моментами  $M_1 = 35 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ,  $M_2 = 49 \text{ кН}\cdot\text{м}$  і  $M_3 = 27 \text{ кН}\cdot\text{м}$  (рис. 4.1). Визначити опорні реакції, якщо  $a = 2 \text{ м}$ ;  $b = 3 \text{ м}$ ;  $c = 4 \text{ м}$ .

**Р і ш е н н я**

Оскільки на балку діють тільки зосереджені моменти, реакції на опорах А і В (рис. 4.2) однакові за значенням, але протилежні за напрямком. Визначаємо опорні реакції з наступних рівнянь:

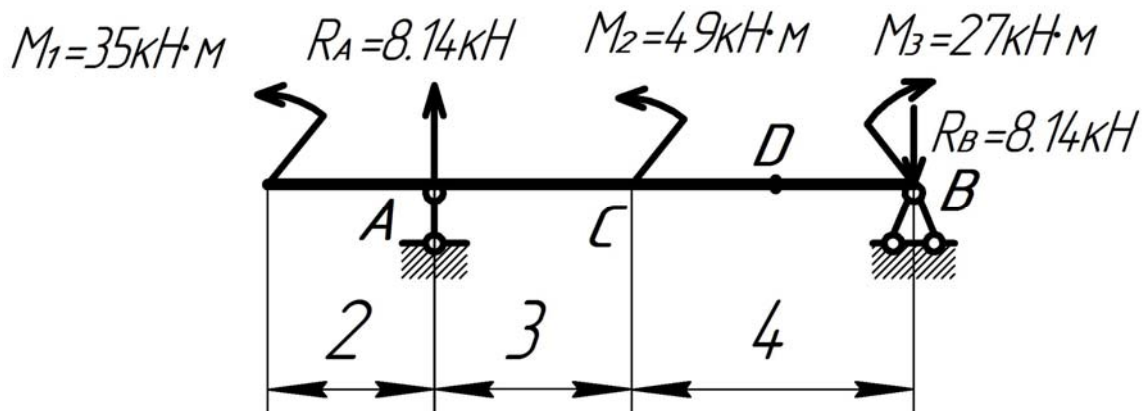


Рис. 4.2

$$\Sigma M_A = 0; \quad M_1 + M_2 - M_3 - 7 \cdot R_B = 0,$$

$$\text{звідки } R_B = \frac{1}{7}(M_1 + M_2 - M_3); \quad R_B = \frac{1}{7}(35 + 49 - 27) = 8,14 \text{ кН.}$$

$$\Sigma M_B = 0; \quad M_1 + M_2 - M_3 - 7 \cdot R_A = 0,$$

$$\text{звідки } R_A = \frac{1}{7}(M_1 + M_2 - M_3); \quad R_A = \frac{1}{7}(35 + 49 - 27) = 8,14 \text{ кН.}$$

Виконаємо перевірку правильності значень опорних реакцій з умови:

$\Sigma M_D = 0$ , де  $D$  – точка, яка знаходиться посередині відрізка ВС;

$$\Sigma M_D = M_1 + M_2 - M_3 - 2 \cdot R_B - 5 \cdot R_A = 35 + 49 - 27 - 8,14 \cdot 2 - 8,14 \cdot 5 = 0,02 \approx 0$$

Таким чином, опорні реакції  $R_A = R_B = 8,14 \text{ кН}$ .

## Завдання № 5. Швидкість точки

Маховик радіусом  $R$  обертається за законом  $\varphi = at^b$ . Визначити швидкість точки обода маховика в той момент часу, коли дотичне прискорення точки дорівнює її нормальному прискоренню.

№ варіанта	$R$ , см	$a$	$b$	$t$ , с
1	100	2	5	6
2	80	3	4	7
3	90	4	3	8
4	70	5	2	6
5	60	6	5	7
6	50	7	4	8
7	60	8	3	9
8	100	9	2	10
9	80	10	5	2
10	50	11	4	3
11	60	12	3	4
12	90	13	2	5
13	70	14	5	2
14	50	15	4	3
15	80	16	3	4
16	60	17	2	5
17	70	18	5	2
18	90	19	4	3
19	80	20	3	4
20	100	2	2	5
21	50	3	5	6
22	70	4	4	7
23	90	5	3	8
24	100	6	2	10
25	50	7	5	9
26	70	8	4	8
27	80	9	3	7
28	60	10	2	6
29	90	11	5	5
30	50	12	4	4

## Приклад виконання завдання № 5. Швидкість точки

Маховик радіусом  $R = 110$  см обертається за законом  $\varphi = at^b$ , причому  $a = 8$ ,  $b = 5$  і  $t = 4$  с. Визначити швидкість точки обода маховика в той момент часу, коли дотичне прискорення точки дорівнює її нормальному прискоренню.

### Р і ш е н н я

1. Використовуючи початкові дані, визначимо кутові швидкість та прискорення точки.

Оскільки  $\varphi = 8t^5$ , кутова швидкість

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = (8t^5)' = 40t^4 \text{ рад/с},$$

а кутове прискорення

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = (40t^4)' = 160t^3 \text{ рад/с}^2.$$

При  $t = 4$  с  $\varepsilon(4) = 160 \cdot 4^3 = 10240 \text{ рад/с}^2$ .

2. Нормальне прискорення точки можна визначити за формулою

$$a_n = \frac{v^2}{R},$$

а дотичне –  $a_\tau = \varepsilon R$ . Тоді за умовою завдання  $a_\tau = a_n$  і  $\frac{v^2}{R} = \varepsilon R$ , звідки

$$v = \sqrt{\varepsilon R^2} = R\sqrt{\varepsilon};$$

$$v = 1,1\sqrt{10240} = 111,3 \text{ м/с}.$$

Таким чином, дотичне прискорення точки дорівнює її нормальному прискоренню при швидкості руху точки обода маховика  $v = 111,3$  м/с.

## Завдання № 6. Швидкість та прискорення

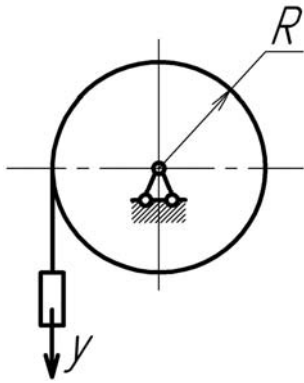


Рис. 6

Вал радіусом  $R$  приводиться в обертання вантажем, підвішеним до нього на нитці (рис. 6). Рух вантажу визначається рівнянням  $y = at^b$  в см. Визначити кутову швидкість і прискорення, а також повне прискорення за час  $t$  с.

№ варіанта	$R$ , см	$a$	$b$	$t$ , с
1	100	2	5	6
2	80	3	4	7
3	90	4	3	8
4	70	5	2	6
5	60	6	5	7
6	50	7	4	8
7	60	8	3	9
8	100	9	2	10
9	80	10	5	2
10	50	11	4	3
11	60	12	3	4
12	90	13	2	5
13	70	14	5	2
14	50	15	4	3
15	80	16	3	4
16	60	17	2	5
17	70	18	5	2
18	90	19	4	3
19	80	20	3	4
20	100	2	2	5
21	50	3	5	6
22	70	4	4	7
23	90	5	3	8
24	100	6	2	10
25	50	7	5	9
26	70	8	4	8
27	80	9	3	7
28	60	10	2	6
29	90	11	5	5
30	50	12	4	4



## Приклад виконання завдання № 6. Швидкість та прискорення

Вал радіусом  $R = 2,1$  м приводиться в обертання вантажем, підвішеним до нього на нитці (рис. 6). Рух вантажу визначається рівнянням  $y = at^b$  в см. Визначити кутову швидкість і прискорення, а також повне прискорення за час  $t$ , якщо  $a = 18$  см,  $b = 3$  і  $t = 4$  с.

### Р і ш е н н я

Рівняння руху вантажу  $y = 0,18t^3$ .

Швидкість точки  $v = \frac{dy}{dt} = (0,18t^3)' = 0,54t^2$ ;

при  $t = 4$  с  $v = 0,54 \cdot 4^2 = 8,64$  м/с.

Кутова швидкість  $\omega = vR$ ;  $\omega = 8,64 \cdot 2,1 = 18,14$  рад/с.

Дотичне прискорення  $a_\tau = \frac{dv}{dt} = (0,54t^2)' = 1,08t$

при  $t = 4$  с  $a_\tau = 1,08 \cdot 4 = 4,32$  м/с<sup>2</sup>.

Нормальне прискорення  $a_n = \frac{v^2}{R}$ ;  $a_n = \frac{8,64^2}{2,1} = 35,55$  м/с<sup>2</sup>.

Повне прискорення  $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ ;  $a = \sqrt{4,32^2 + 35,55^2} = 35,81$  м/с<sup>2</sup>.

Кутове прискорення  $\varepsilon = \frac{a_\tau}{R}$ ;  $\varepsilon = \frac{4,32}{2,1} = 2,06$  рад/с<sup>2</sup>.

Отже, кутова швидкість  $\omega = 18,14$  рад/с;

кутове прискорення  $\varepsilon = 2,06$  рад/с<sup>2</sup>;

дотичне, нормальне та повне прискорення відповідно

$a_\tau = 4,32$  м/с<sup>2</sup>,  $a_n = 35,55$  м/с<sup>2</sup> та  $a = 35,81$  м/с<sup>2</sup>.

## Завдання № 7. Динаміка матеріальної точки

Матеріальна точка масою  $m$  рухається на площині так, що її рух описується рівняннями  $x = at^b$  і  $y = ct^d$ . Побудувати графік руху точки і визначити силу, що викликає цей рух, при  $t = 2$  с.

№ варіанта	$m$ , кг	$a$ , м	$b$	$c$ , м	$d$
1	0,1	2	2	9	2
2	0,2	3	3	8	3
3	0,3	4	4	7	4
4	0,4	5	2	6	2
5	0,5	6	3	5	3
6	0,6	7	4	4	4
7	0,7	8	2	3	2
8	0,8	9	3	2	3
9	0,9	2	4	8	4
10	0,1	3	2	6	2
11	0,2	4	3	4	3
12	0,3	5	4	2	4
13	0,4	6	2	9	2
14	0,5	7	3	7	3
15	0,6	8	4	5	4
16	0,7	9	2	3	2
17	0,8	2	3	7	3
18	0,9	3	4	4	4
19	0,1	4	2	2	2
20	0,2	5	3	9	3
21	0,3	6	4	8	4
22	0,4	7	2	6	2
23	0,5	8	3	4	3
24	0,6	9	4	3	4
25	0,7	2	2	5	2
26	0,8	3	3	6	3
27	0,9	4	4	5	4
28	0,1	5	2	8	2
29	0,2	6	3	7	3
30	0,3	7	4	9	4

## Приклад виконання завдання № 7. Динаміка матеріальної точки

Матеріальна точка масою  $m$  рухається на площині так, що її рух описується рівняннями  $x = at^b$  і  $y = ct^d$ . Побудувати графік руху точки і визначити силу, що викликає цей рух, якщо  $m = 1,1$  кг,  $a = 5$  м,  $b = 4$ ,  $c = 7$  м і  $d = 4$ , при  $t = 2$  с.

### Рішення

Рух матеріальної точки описується рівняннями  $x = 5t^4$  і  $y = 7t^4$ .

З першого рівняння маємо  $t^4 = \frac{x}{5}$ , а з другого –  $t^4 = \frac{y}{7}$ , тому  $\frac{x}{5} = \frac{y}{7}$  або  $y = 1,4x$ . Таким чином, графіком руху точки є пряма лінія (рис. 7).

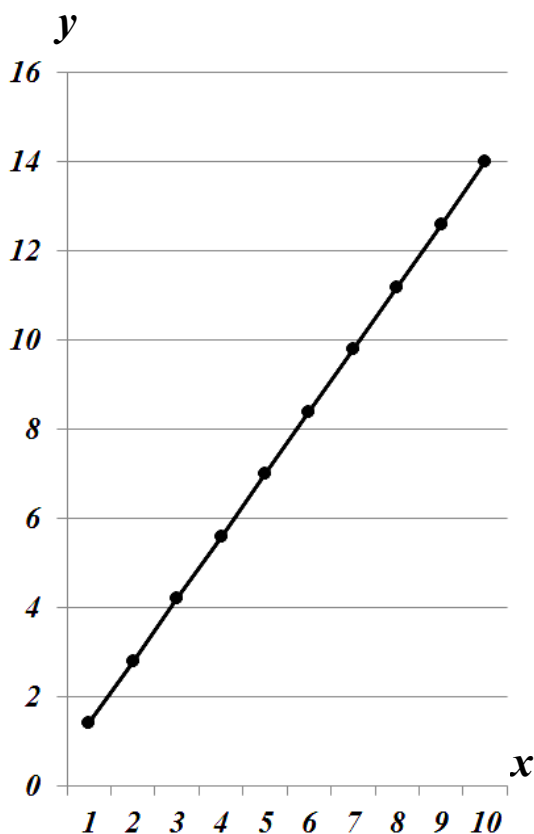


Рис. 7

Силу, яка викликає рух точки, визначаємо з рівняння

$$F = \sqrt{F_X^2 + F_Y^2},$$

де  $F_X$  – складова сили  $F$  по осі X

$$F_X = mx'';$$

$$x'' = (5t^4)'' = (20t^3)' = 60t^2;$$

$$x'' = 60 \cdot 2^2 = 240 \text{ м/с}^2;$$

$$F_X = 1,1 \cdot 240 = 264 \text{ Н};$$

$F_Y$  – складова сили  $F$  по осі Y

$$F_Y = my'';$$

$$y'' = (7t^4)'' = (28t^3)' = 84t^2;$$

$$y'' = 84 \cdot 2^2 = 336 \text{ м/с}^2;$$

$$F_Y = 1,1 \cdot 336 = 369,6 \text{ Н};$$

Отже,  $F = \sqrt{264^2 + 369,6^2} = 454,2 \text{ Н}$ .

Таким чином, графіком руху матеріальної точки є пряма лінія, яка описується рівнянням  $y = 1,4x$ , а сила, яка викликає цей рух,  $F = 454,2 \text{ Н}$ .

## ЛІТЕРАТУРА

### Основна:

1. Айзерман М.А. Классическая механика. – М.: Наука, 1974. – 357 с.
2. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики: В 2 т. – М.: Наука, 1984. – Т. 1. – 352 с.; Т. 2 – 640 с.
3. Маркеев А.П. Теоретическая механика: Учебное пособие. – М.: Наука, 1990. – 416 с.
4. Павловський М.А. Теоретична механіка: Підручник. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.
5. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учебник. – 9-е изд. – М.: Наука, 1974. – 480 с.
6. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики: Учебник – Ч. 1 Статика. Кинематика. – 5-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 1977. – 368 с.
7. Яблонский А.А. Курс теоретической механики: Учебник – Ч. 2 Динамика. – 5-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 1977. – 430 с.

### Додаткова:

1. Акінфієва Л.Ю., Рижков Л.М. Теоретична механіка. Статика твердого тіла: Комп'ютерні аспекти тестування: Навчальний посібник. – К.: КПІ, 1997. – 88 с.
2. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах: В 3 т. – М.: Наука, 1971-1973. – Т. 1. – 512 с.; Т. 2. – 624 с.; Т. 3. – 487 с.
3. Калязін Ю.В., Прасолов Є.Я., Хлопов А.М. Теоретична механіка. Ч. 1. Статика: Методичні вказівки для самостійної роботи з курсу для студентів спеціальності 7.01.01.03 „Трудове навчання”. – Полтава: ПДПУ, 2004. – 34 с.
4. Калязін Ю.В., Прасолов Є.Я., Хлопов А.М. Теоретична механіка. Ч. 2. Кінематика: Збірник індивідуальних завдань з прикладами розв'язування задач для самостійної роботи студентів спеціальності 7.01.01.03 „Трудове навчання”. – Полтава: ПДПУ, 2004. – 23 с.
5. Калязін Ю.В., Прасолов Є.Я., Хлопов А.М. Теоретична механіка. Ч. 3. Динаміка: Збірник індивідуальних завдань з прикладами розв'язування задач для самостійної роботи студентів спеціальності 7.01.01.03 „Трудове навчання”. – Полтава: ПДПУ, 2004. – 29 с.
6. Калязін Ю.В., Прасолов Є.Я., Хлопов А.М. Теоретична механіка: Методичні вказівки до виконання контрольної роботи для студентів спеціальності 7.01.01.03 „Трудове навчання”. – Полтава: ПДПУ, 2004. – 15 с.
7. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. – М.: Наука, 1980. – 446 с.







