

Д. Є. Бобилєв

Криворізький державний педагогічний університет

м. Кривий Ріг

[dmytrobobyliiev@gmail.com](mailto:dmytrobobyliiev@gmail.com)

## ІНТЕРАКТИВНЕ ДОВЕДЕННЯ ТЕОРЕМ В ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

В сучасних умовах цифрової трансформації освіти особливої актуальності набуває питання інтеграції інформаційних технологій у процес підготовки майбутніх вчителів математики. Інтерактивні технології доведення теорем (ІТДТ) пропонують нові можливості для розвитку їх інтелектуальних умінь, забезпечуючи здобувачам освіти сучасні інструменти для формалізації і автоматизації доведень. Ці інструменти сприяють поглибленню теоретичних знань.

Інструменти для автоматизації доведень розпочали свій розвиток у 1950-х роках зі створення Logic Theorist, першої в історії комп'ютерної програми, здатної верифікувати теореми. З часом, на базі розробок Logic Theorist, були створені інші системи, зокрема LISP та NQTHM. У 1980-90-х роках були розроблені такі важливі інструменти, як HOL, Coq та Isabelle, які активно використовуються у верифікації складних математичних структур і програмних систем. Наприкінці 20 століття з'явився Lean [1], який об'єднує можливості доведення теорем і програмування, що дозволяє використовувати його як інструмент для навчання та досліджень у математиці.

Iannone і Thoma [2] показали, що використання Lean у навчальному процесі сприяє розвитку логічного та аналітичного мислення, підштовхуючи студентів до більш глибокого розуміння математичних доведень. Проте автори також зазначають, що студенти можуть стикатися з труднощами через складний синтаксис Lean. Доповнюючи цей підхід, дослідження Смиша і Загорулька [3] зосереджується на технічних перевагах Lean у перевірці несуперечності задач та результатів.

В освітній програмі «Фізика. Математика» (ОКР магістр) Криворізького державного педагогічного університету в 2023-2024 н.р. в процесі навчання курсам «Методика навчання математики в закладах вищої та передвищої освіти» та «Функціональний аналіз» здобувачі освіти мали можливість отримати базові знання з Lean і записати деякі теореми функціонального аналізу в цьому середовищі.

Lean надає користувачам широкі можливості для використання інтерактивних тактик, таких як рефлексивність (refl) та індукція (induction), які спрощують процес доведення. Це дозволяє здобувачам освіти сфокусуватися на розумінні загальної логіки доведення, замість зосередження на технічних деталях.

Розглянемо схему процесу інтерактивного доведення теорем в Lean:

### 1. Визначення математичних об'єктів та структур:

- оголошення типів даних (натуральні числа, списки, булеві значення тощо);
- визначення змінних та функцій.

### 2. Формалізація математичних тверджень:

- формулювання теорем та лем за допомогою залежних типів у Lean;
- застосування функцій і структур для опису математичних властивостей.

### 3. Використання тактик для доведення:

- застосування інтерактивних тактик, таких як refl, induction та інших;
- отримання зворотного зв'язку в реальному часі та корекція помилок.

### 4. Перевірка та оптимізація доведень: використання автоматичних довідників та модульності Lean для спрощення доведень і побудови нових теорем на основі вже доведених тверджень.

## 5. Збереження та повторне використання результатів:

- збереження доведень у бібліотеках та можливість використання вже доведених результатів у нових задачах;
- підтримка колективної роботи завдяки спільнотам та оновленню бібліотек.

Інтерактивні інструменти сприяють розвитку вміння ставити правильні запитання, обирати відповідні методи для розв'язання задачі та адаптуватися до нових підходів у вирішенні математичних проблем. Це розвиває не лише здатність доводити теореми, а й сприяє формуванню стратегії розв'язання складних завдань, що є ключовою інтелектуальною компетентністю.

Використання інтерактивних технологій доведення теорем також розвиває аналітичні навички та здатність до самоконтролю, адже здобувачі освіти мають можливість бачити негайні результати своїх дій, аналізувати помилки і коригувати їх у процесі. Це стимулює розвиток інтелектуальної дисципліни, яка є важливою для вчителів математики, допомагаючи їм не лише опанувати математичний матеріал, але й навчитися точно оцінювати свої дії та підходи, що важливо для навчання інших.

Основними напрямками розвитку інтерактивних технологій доведення теорем є розробка навчальних посібників та інтеграція цих інструментів у системи управління навчанням (LMS). Також актуальним є створення бібліотек і додаткових інструментів, що полегшують студентам навчання основним концепціям математики за допомогою Lean. Завдяки активній підтримці та розвитку спільноти Lean, створюються нові освітні матеріали, які сприяють підвищенню якості математичної освіти.

Інтеграція інструментів ІТДТ, зокрема Lean, у підготовку майбутніх вчителів математики сприяє розвитку інтелектуальних умінь, підвищенню мотивації до навчання, а також покращенню навичок формалізації та структурування математичних доведень. Також важливо відзначити, що використання інтерактивних інструментів доведення теорем для навчання забезпечує миттєвий зворотний зв'язок, що стимулює активне навчання і сприяє глибокому засвоєнню знань.

### Література

1. Lean. (n.d.). *Lean Theorem Prover*. Retrieved from <https://lean-lang.org/>
2. Iannone, P., & Thoma, A. (2023). Interactive theorem provers for university mathematics: an exploratory study of students' perceptions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 55(10), 2622–2644. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2178981>.
3. Смиш, О., & Загорулько, А. (2024). Використання мови LEAN для перевірки на несуперечність математичних задач у навчальній рекомендаційній системі. *Measuring and Computing Devices in Technological Processes*, (1), 32–38. <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2024-77-4>.

**Анотація.** Бобилєв Дмитро Євгенович. Інтерактивне доведення теорем в процесі підготовки майбутніх вчителів математики. У роботі досліджено значення інтерактивних інструментів доведення теорем, таких як Lean, у формуванні інтелектуальних навичок та засвоєнні формалізованих методів доведення в процесі підготовки майбутніх вчителів математики. Наголошено на їхній ефективності у викладанні математичних дисциплін.

**Ключові слова:** інтерактивні технології доведення теорем, Lean, математична освіта, інтелектуальні вміння, цифрова трансформація.

**Summary.** Bobyliev Dmytro. *Interactive Theorem Proving in the Training of Future Mathematics Teachers.* The study explores the significance of interactive theorem-proving tools, such as Lean, in developing intellectual skills and mastering formalized proof methods in the training of future mathematics teachers. The effectiveness of these tools in teaching mathematical disciplines is emphasized.

**Key words:** interactive theorem provers, Lean, mathematics education, intellectual skills, digital transformation.